

İLMÎ ARAŞTIRMALARDA TEK DENKLEMLİ EKONOMETRİK
MODELLERİN TAHMİN VE TESTİNDE
BİLGİSAYARDAN FAYDALANMA

Şahin AKKAYA(*)

Vedat PAZARLIOĞLU(**)

S U M M A R Y

The subject of this paper is the utilization of computers for estimation, testing and interpretation of single equation, linear econometric models. For this purpose, at the first stage the estimation and testing of simple and multiple linear econometric models have been summarized. Then, the Turkish Macro-Consumption Function have been estimated through computer for the period covering 1972-1985 and the results have been interpreted. Thus; we hope that researchers who use econometric models concerning economic activities, bussiness administration, financial and legislative issues may benetif from this paper.

I— GİRİŞ

Kollektif olayları konu edinen bütün ilimlerde istatistik, olaylarla ilgili rakamların toplanmasında olayların diğer olaylarla ilişkilerinin sayısal analizinde çok önemlidir. Kollektif olayları konu edinen ilimlerden iktisat, işletme, sosyoloji, psikoloji, biyoloji, astronomi, tıp, hukuk, meteorolojiden, istatistik en fazla iktisat ve işletme ilminde tatbik edilmektedir. İktisadi teorilerin ve konuların tahkiki istatistik verilerin kantitatif

(*) Doç. Dr., D.E.Ü.İ.İ.B.F., Ekonometri Bölümü

(**) Araş. Gör., D.E.Ü.İ.İ.B.F., Ekonometri Bölümü

analizi ile mümkün olabilmektedir. Üretim, tüketim, fiyatlar, para, kredi, ücretler, dış ticaret ve Gayri Safi Milli Hasıla (GSMH) verilerini, istatistik sağlar. 1930'lardan beri Keynes'in modern iktisat teorisinde analizler makro üretim, tüketim, tasarruf, yatırım, GSMH, milli gelir gibi ülke çapında yapılmaktadır. İktisat kanunları bu büyüklükler (veya değişkenler) arasındaki ilişkilerin tahmini ile ortaya atılmaktadır. Değişkenler arasındaki ilişkilerden ayrıca marjinal tüketim, tasarruf, ithalat meyli ile gelir ve fiyat elastikiyetleri gibi değerlerde tahmin edilebilmektedir. İktisadi değişkenler arasındaki bu ilişkilerin en güvenilir bir şekilde tahmin edilmesini sağlayan ekonometri zamanımızda hızla gelişmektedir. İşlete, iktisat teorisinin doğruluğunun tahkiki ve iktisadi ilişkilerin katsayılarının tahminini gaye edinen ekonometride, bir «örnek» gözlenir. Ekonometrideki anket verileri ve zaman serileri bir «örnek» için ele alınır, değişkenler arasındaki ilişkiler araştırılmaktadır. Meselâ zaman serilerinde 1972-1985 gibi belli bir örnek dönemi verilerinden makro tüketim ve GSMH arasındaki ilişki tahmin edilebilir.

Bugün hemen hemen bütün ilmi araştırmalarda bu ilişkilerin tahmininde hesaplar bilgisayarlarla yaptırılmaktadır. Bilgisayarlar hesapları çok kısa zamanda yapmakta, ancak bilgisayar sonuçlarının yorumu ve testi araştırmacıya kalmaktadır. İşte iktisat, işletme, maliye gibi ilimlerde istatistikî ilişkileri uygulayan araştırmacılara bilgisayar sonuçlarının yorumunda faydalı olabilmek gayesiyle hazırladığımız bu çalışmamızın teorik kısmında tek denklemliler fonksiyonel şekli ile parametre tahmin ve testleri ele alınmıştır. Daha sonra bu tahmin ve testlerin bilgisayar sonuçlarının değerlendirilmesi için, daha önce yaptığımız bir Türkiye makro tüketim fonksiyonu uygulamasından faydalanılmıştır. Bu konudaki ekteki bilgisayar sonuçlarının yorumu araştırmamızın son kısmında ele alınmıştır. Bu araştırmadan asıl maksat istatistik-ekonometrik tek denklemliler modelleri kullanan araştırmacılara faydalı olabilmektir. Bu sebepten bilgisayar sonuçları adım adım takibedilerek yorumun yapılması hususunda özen gösterilmeye çalışılmıştır.

II. TEK DENKLEMLİ MODELLERİN FONKSİYONEL ŞEKLİ

Değişkenler arasındaki ilişkinin matematik bir fonksiyonla ifadesi «doğrusal» veya «eğrisel» olabilmekte, ayrıca açıklayıcı değişken sayısına göre «basit» veya «çoklu regresyon» söz konusu olmaktadır. Şayet sadece bir Y bağımlı değişkeni ile, bir X açıklayıcı değişkeni varsa basit doğrusal, ve eğrisel regresyon denklemleri

şağıdakilerden biri şeklinde olabilir: (1) $Y = b_0 + b_1X$, (2) $Y = b_0 + b_1X^2$

$$(3) Y = b_0 + b_1X + b_2X^2 + b_3X^3 \quad (4) Y = b_0 \cdot X^{b_1} \quad (5) Y = b_0 \cdot b_1^X$$

$$(6) Y = b_0 \cdot X_1^{b_1} \cdot X_2^{b_2} \quad \text{veya} : \log Y = \log b_0 + b_1 \log X_1 + b_2 \log X_2$$

Bu denklemlerden $Y = b_0 + b_1X$ yani Y'nin X'e nazaran regresyon doğrusu iki değişken arasındaki «ortalama ilişkiyi» göstermekte olup katsayıların yorumunda Y ve X'in birim farklılıkları (TL, Kg, adet, v.b. olması) önemli değildir. Fakat ortogonal regresyonda durum farklıdır. «... (Malinwand, 1969: 13)»

III. TEK DENKLEMLİ MODELLERİN PARAMETRELERİNİN TAHMİN VE TESTİ

Bu paragrafta tek denklemliler basit ve çoklu doğrusal modellerin parametre tahmin ve testleri ile otokorelasyon ve sabit varyans testleri özetlenecektir.

III.1. TEK DENKLEMLİ BASİT DOĞRUSAL MODELLERİN PARAMETRE TAHMİN VE TESTLERİ

Tek denklemliler modellerin parametreleri b_j 'ler ile korelasyon katsayılarının tahmin ve testinde tatbikatta en çok kullanılan metod, Klasik En Küçük Kareler Metodu (KEKKM)dir. Bu metodun bazı üstün yönleri sebebiyle çok kullanıldığını söyleyebiliriz. Bilindiği gibi bu metod, gerçek Y_i 'lerle, tahmini Y_i 'ler arasındaki farkın karesinin minimum yapılması esasına dayanır. Meselâ: $Y = b_0 + b_1X$ üslü modelin parametreleri, şu şekilde model doğrusal hale getirilerek tahmin edilir :

$$\log Y = \log b_0 + b_1 \log X \quad \text{veya} \quad Y^* = b_0^* + b_1 X^*$$

$$\log Y = Y^*, \quad \log X = X^*, \quad \log b_0 = b_0^*; \quad \text{normal denklemler ise} :$$

$$\sum Y^* = n b_0^* + b_1 \sum X^*$$

$$\sum X^* Y^* = b_0 \sum X^* + b_1 \sum X^{*2}$$

* $b_0 = \log b_0$ 'ın antilogaritmasından b_0 hesaplanır.» ... (Gürtan, 1982 : 515-606)»

Gözlem sayısının 30'dan küçük olması halinde ($n < 30$), b_0 ve b_1 parametrelerinin ayrı ayrı sıfırdan farklı olup olmadıklarının t testi ise şu

4 safhada araştırılabilmektedir :

1. safha: $H_0: b_i = 0$ $H_1: b_i \neq 0$

2. safha: % 1 veya % 5 hata payı ile $f = n - K$ serbestlik derecesinde Student t dağılımı tablo değeri t_{tab} bulunur. Burada $K =$ tahmin edilen

katsayı sayısı = 2'dir.

3. safha: Kritik oranın hesabı $t_{hes} = b_i / s_{bi}$

4. safha: İstatistik karar safhası;

$|t_{hes}| > |t_{tab}|$ ise H_0 red; H_1 kabul edilir.

Tatbikatta örnek hata terimi varyansı s^2 'den faydalanarak anakütle hata terimi varyansı σ_u^2 için de güven aralıkları şöyle hesaplanmaktadır. (% 5 hata payı ile) ;

$$\frac{(n-K) \cdot s^2}{\chi_{0.975}^2} < \sigma_u^2 < \frac{(n-K) \cdot s^2}{\chi_{0.025}^2}$$

Bu eşitsizlikte K değeri basit model için 2 olduğundan ki-kare tablosundan $f = n - 2$ serbestlik derecesine göre bakılmalıdır.

III.2. TEK DENKLEMLİ ÇOKLU REGRESYON MODELİNİN PARAMETRELERİNİN MATRİSLERLE TAHMİNİ VE TESTİ

Bilgisayarda modellerin tahminleri için geliştirilen programlar ekseriya matris cebirine dayalıdır. Bu sebeble çoklu regresyon modelinin matrislerle nasıl çözüleceğini şöyle özetleyebiliriz: N birimli bir anakütle için Y bağımlı değişkeni ile, k tane açıklayıcı X değişkenleri arasındaki ilişki şöyle yazılabilir: $Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_j X_{ji} + \dots + b_k X_{ki} + u_i$. Bu ilişkide b_j 'ler anakütle parametreleri, u anakütle hata terimidir. Bu anakütleden n birimli bir örnek alalım. Bu, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ birimli bir örnekle ilgili Y bağımlı değişkeni ile k tane X açıklayıcı değişkeni arasındaki doğrusal ilişki, herhangi bir i gözlemi için şöyle yazılabilir;

$$Y_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_{1i} + \hat{b}_2 X_{2i} + \dots + \hat{b}_j X_{ji} + \dots + \hat{b}_k X_{ki} + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k).$$

Bu model n gözlem için şöyle gösterilir, $Y = X \cdot b + e$
 $(n,1) = (n,k) (k,1) (n,1)$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{j1} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{j2} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1i} & X_{2i} & \dots & X_{ji} & \dots & X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{jn} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}, \hat{b} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \vdots \\ \hat{b}_j \\ \vdots \\ \hat{b}_k \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_i \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

Y = bağımlı (açıklanan) değişken vektörü, X = açıklayıcı değişkenler matrisi; burada k adet açıklayıcı değişken, $K = k + 1$ adet b katsayısı vardır. e vektörü örnek hata terimleri vektörüdür. b_j katsayıları ve belirlilik katsayısının tahmin ve testinde kullanılan formüller ispatsız şöyledir;

a) katsayıların KEKKM ile tahminleri; $b = (X'X)^{-1} \cdot (X'Y)$

b) katsayıların varyans ve standart hataları şu varyans-kovaryans matrisinin diyagonal elemanlarıdır;

$$\Sigma_{bb} = s^2 \cdot (X'X)^{-1} = \text{varyans-kovaryans matrisi. Burada } s^2 \text{ anakütle hata terimi } u \text{ 'nun tahmini varyansıdır ve şöyle hesaplanır; } s^2 = \frac{e'e}{n-K} = \frac{\sum e_i^2}{n-K} = \frac{1}{n-K} \cdot [Y'Y - b'X'Y] = \hat{\sigma}_u^2$$

u 'nun standart hatası tahmini $\sqrt{s^2} = s$ 'dir. b_j 'lerin standart hataları ise $\sqrt{\text{var}(b_j)}$ olmaktadır.

c) katsayıların ayrı ayrı sıfırdan farklılığının t testi için kritik oranları; $t^* = t_{hes} = \frac{b_j}{\sqrt{\text{var}(b_j)}}$

d) çoklu belirlilik katsayısı R^2 'nin tahmini;

$$R^2 = \frac{b'X'Y - 1/n \cdot (\sum Y)^2}{Y'Y - 1/n \cdot (\sum Y)^2}$$

e) $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_k$ katsayılarının topluca sıfırdan farklılığının F testi için; $F_{hes}^* = F_{hes} = \frac{R^2/(K-1)}{(1-R^2)/(n-K)} =$

$$\frac{Y'Xb - n\bar{Y}^2}{k.s^2} \text{ kritik oranı hesaplanır.}$$

Not : formüllerdeki (') işareti matris ve vektörlerin tranpozesidir.

f) b_j katsayılarının sadece birinin sıfırdan farklılığında test edilebilmektedir. Ayrıca sabit terim hariç regresyon katsayılarının toplamının sıfırdan farklılığında test edilebilmektedir. «... Johnston 1984: 188-200; Kricke, 1980)»

Mesela : $Y_t = b_0 + b_1X_{1t} + b_2X_{2t} + b_3X_{3t} + u_t$, ($T = 1, 2, \dots, T$) üç açıklayıcı değişkenli modelinde şu testlerde yapılabilir;

$$H_0 : b_3 = 0 \text{ veya } H_0 : b_1 + b_2 + b_3 = 0$$

$$H_1 : b_3 \neq 0 \quad H_1 : b_1 + b_2 + b_3 \neq 0$$

g) Çoklu korelasyon katsayısının testi; çoklu modelde anakütle korelasyon katsayısını P ile örnek korelasyon katsayısını R ile gösterelim. Bunun sıfırdan farklılığı örnek korelasyon katsayısı R'ye dayanarak şöyle test edilebilir: (küçük örnekler için)

1.safha: hipotezlerin formüle edilmesi :

$$H_0 : P=0 ; H_1 : P \neq 0$$

2.safha: $f=n-K$ serbestlik derecesinde % 1 veya % 5 hata payı ile t dağılım tablo değeri bulunur.

3.safha: Kritik oran t_{hes} şöyle hesaplanır :

$$t_{hes} = R \cdot \left(\sqrt{\frac{n-K}{(1-R^2)(K-1)}} \right)$$

4.safha : $|t_{hes}| > |t_{tab}|$ ise H_0 red, H_1 kabul edilir.

Not:P'nin sıfırdan farklılığı F testi ile de test edilebilmektedir; ilgili kritik oran b katsayılarının toplu testindeki ile aynıdır :

$$F_{hes} = \frac{R^2/(K-1)}{(1-R^2)/(n-K)} , \%1 \text{ veya}$$

% 5 hata payı ile $f_1=K-1$ ve $f_2=n-K$ serbestlik derecelerinde F tablo değeri bulunur, F_{hes}^* ile mukayese edilir. $F_{hes}^* > F_{hes}$ ise $H_0: P=H$ hipotezi red edilir.

III.3. HATA TERİMİ u'NUN OTOKORELASYON TESTİ

Uygulamalı bilimsel çalışmalarda bilgisayar çıktıları, hata terimi u'nun değerleri arasında ilişki olup olmadığını test edebilmek için Durbin-Watson kritik değerlerini de vermektedir. Otokorelasyon testi, $n < 15$ olması halinde Von-Neumann metodu ile yapılabilmektedir. Durbin-Watson otokorelasyon testinin uygulanışı kısaca şöyle yapılmaktadır:

$$H_0 : u_t \text{ ler arasında otokorelasyon yoktur,}$$

$$H_1 : u_t \text{ ler arasında otokorelasyon vardır.}$$

Durbin-Watson otokorelasyon testinde, % 1 veya % 5 hata payı ile gözlem sayısı n ve modelin açıklayıcı değişken sayısı k'ya göre, D—W hazır tabloları kullanılmaktadır. Tablolarda bir alt sınır (d_L) bir de üst sınır (d_U) yer almaktadır. Kritik oran d_{hes} örnek hata terimleri e_t 'lerden faydalanılarak şu formülle hesaplanmaktadır :

$$d_{hes} = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} , \text{ daha sonra otokorelasyon}$$

olup olmadığını anlamak için şu tablodan faydalanılır;

Pozitif otokorelasyon vardır	Kararsızlık hali	otokorelasyon yoktur	Kararsızlık hali	Negatif otokorelasyon vardır
d_L	d_U	2	$4-d_U$	$4-d_L$

III.4. HATA TERİMİ u'nun SABİT VARYANS TESTİ

σ_u^2 'nin sabit olup olmadığına tatbikatta test edilebilmektedir. Bu testlerden en önemlileri; Spearman'ın sıra korelasyonu testi, Goldfeld-Quandt testi, ve glejser testidir. Bu testlerden en sağlıklı Spearman testi olduğundan, kısaca bunu basit model için izah edelim.» ... (Koutsoyianis, 1983; 179-196)...» Önce Y'nin X'e göre regresyonu $Y = b_0 + b_1 X$ tahmin edilerek buradan, $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ 'ler hesaplanır. Sonra X_t ve e_t 'lerin küçükten büyüğe doğru değerlerine 1'den başlayarak sıra numarası verilir. e'lere numara verilirken işaretleri dikkate alınmaz, eksi işaretlilerde artı gibi kabul edilir. Sonra X_t 'lerle e_t 'lerin sıraları X_i ve e_i için şu durulması gereken bir siyasa (policy) olarak düşünülmektedir.

$$r'_{e.X} = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2-1)}, \quad D_i = X_i - e_i = X \quad \text{ve } e\text{'nin sıraları arasındaki}$$

farklar $r'_{e.X}$ değeri mutlak olarak sifira yaklaştığı ölçüde sabit varyans varsayımı gerçekleşmiştir. Tatbikatta sabit varyansın gerçekleşmemesi halinde orijinal modelin dönüşümü yapılarak sabit varyanslı hale getirilmeye çalışılmaktadır. Otokorelasyon ve sabit varyans testleri dışında çok açıklayıcı değişkenler arasında «çoklu doğrusal bağlantı» durumunda araştırılmaktadır.

III.5. BELLİ BİR X_0 DEĞERİ İÇİN Y'NİN TAHMİN EDİLMESİ

Bir model için X'in bilinmeyen bir değeri X_0 için, Y'nin % 95 ihtimalle aralık tahmini de yapılabilir. Bu tahmin şu formülle yapılmaktadır;

$$\text{şu formülle yapılmaktadır; } (n < 30 \text{ için})$$

$$(\hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_0) \pm t_{\text{tab}} \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + 1/n + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}\right)}, \quad x = X_1 - \bar{X}$$

Bazen Y_0 'ın ortalaması yani $E(Y_0) = b_0 + b_1 X_0$ 'ın verilen bir X_0 için aralık tahmini istenebilir. Bu durumda ise şu formül kullanılmaktadır;

$$(\hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_0) \pm t_{\text{tab}} \cdot s \cdot \sqrt{\left(1/n + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}\right)}, \quad x = X_1 - \bar{X}$$

IV. TEK DENKLEMLİ DOĞRUSAL MODELLER'İN BİLGİSAYAR ÇIKTILARININ YORUMLANMASI İLE İLGİLİ BİR UYGULAMA

Basit ve çoklu doğrusal modellerle ilgili bilgisayar sonuçlarının yorumunun nasıl yapılacağı hususunda araştırmacılara aydınlatılmak gayesiyle, Türk makro tüketim fonksiyonu ile ilgili yaptığımız bir uygulamayı ele alacağız. «...Akkaya-Güneş; 1986...» Bu uygulamamızın bir kısmında 1972-1985 dönemi Türkiye makro tüketim fonksiyonu toplam tüketim (C_t) ve Gayri Safi Milli Hasıla (Y_t) verilerinden hareketle, üç farklı doğrusal modelle tahmin ettik. Bu tahminlerle ilgili bilgisayar sonuçları ektedir. Bilgisayara verilen C_t , Y_t , C_{t-1} ve Y_{t-1} verileri ile, çıktılardan alınan $T=14$ yıllık \hat{C}_t değerleri ve $e_t = C_t - \hat{C}_t$ değerleri aşağıdaki

tablo I dedir. (Tabloda D.W.nin ve $r'_{e.X}$ 'in hesabı için gerekli verilerde alınmıştır.) Takibeden tablo II'de bu verilere göre bilgisayarın yaptığı hesaplamalar yer almaktadır.

Tablo II, ekteki bilgisayar sonuçlarına göre düzenlenmiştir. Burada basit model 1'den başlayarak bu tablonun açıklaması ile gerekli testler ve güven aralıkları, araştırmamızın teorik kısmında açıkladığımız şekilde yapılacaktır.

IV.1. BASİT DOĞRUSAL MODEL 1'İN TESTİ

Tablo II'deki her üç modelde Klâsik EKKM ile elde edilen tahminleri göstermektedir. İlk basit doğrusal modelden, 1972-85 dönemi marjinal tüketim eğiliminin 0,691 olduğunu görüyoruz, böylece GSMH da meydana gelen 1 milyarlık artışın tüketimi 691 milyon lira arttırdığı anlaşılmaktadır. Ancak bu değer 1972-85 örnek dönemi için tahmini bir değerdir; bu değere ne ölçüde güvenebileceğimizi bazı testlerle araştırabiliriz: b_1 'in sıfırdan farklı olup olmadığına t testi ile Klâsik EKKM varsayımlarından u'lerin arasında otokorelasyon olup olmadığı

bin-Watson testi ve u'ların sabit varyans varsayım testi. Ayrıca anakütle korelasyon katsayısı p'nin sıfırdan farklılığını r'ye dayanarak test edebiliriz. b_1 ve p için belirli ihtimalle güven aralıklarını da hesaplayabiliriz. Son olarak, verilen bir Y_t değeri için, örnek dönemi dışında toptan tüketim

TABLO I'in devamı

C_{t-1}	Y_{t-1}	Y_t 'lerin sıra no: Y_t	e_t 'lerin sıra no: e_t	$D_t = Y_t - e_t$	D_t^2	$Y_t - Y_{t-1}$	$(Y_t - Y_{t-1})^2$
-	-	1	8	-7	49	-2721	7 403 841
6702	7357	2	11	-9	81	-2326	5 410 276
6812	7752	3	4	-1	1	-1753	3 073 009
7399	8325	4	2	2	4	-1091	1 190 281
8095	8987	5	13	-8	64	-379	143 641
8937	9699	6	14	-8	64	-	4
9447	10076	9	12	-3	9	287	82 369
9369	10365	8	7	1	1	245	60 025
9097	10323	7	1	6	36	138	19 044
8788	10213	10	10	0	0	559	312 481
8843	10637	11	9	2	4	1048	1 098 304
9189	11126	12	3	9	81	1407	1 979 649
9585	11485	13	6	7	49	1973	3 892 729
9957	12051	14	5	9	81	2615	6 838 225
	$\Sigma Y_{t-1} = 128396$			$\Sigma D_t = 0$	$\Sigma D_t^2 = 524$		
	$Y_{t-1} = 9876,61$						

TABLO II 1972-1985 DÖNEMİ TÜRKİYE TÜKETİM FONKSİYONLARI

	Model I	Model II	Model III
Regresyon analizleri sonuçları	$C_t = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 Y_{t-1}$	$C_t = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 Y_t + \hat{b}_2 Y_{t-1}$	$C_t = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 C_{t-1} + \hat{b}_2 Y_t + \hat{b}_3 Y_{t-1}$
Tüketim Fonksiyonu	$C_t = 1796 + 0,691 Y_{t-1}$ (597,2) (0,0586)	$C_t = 2067 + 0,5905 Y_t + 0,079 Y_{t-1}$ (771) (0,411) (0,406)	$C_t = -32 + 1,01 C_{t-1} + 1,26 Y_{t-1} + 1,29 Y_{t-1}$ (563) (0,189) (0,24) (0,33)
Katsayıların standart hataları (s_{b_i})	(3,01) (11,79)	(2,68) (1,44) (0,19)	(-0,06) (5,30) (5,08) (-3,86)
t^* değerleri = t_{hes}	$r^2 = 0,92$ $r^2 = 0,914$ (düzeltilmiş) (329)	$R^2 = 0,894$ $R^2 = 0,873$ (düzeltilmiş) (353)	$R^2 = 0,974$ $R^2 = 0,966$ (düzeltilmiş) (183)
Belirlilik katsayıları	0,44	0,46	2,1
$s_u = \sqrt{\Sigma e^2 / n - K}$	14	13	13
Durbin-Watson istatistiği	-0,15	-	-
Yıl sayısı = T (t=1,2,3,...,T)			
r_{ex} = Spearman sıra korelasyonu katsayısı			
D.W. Tablo değerleri	$d_L = 0,95, d_U = 1,60^*$	$d_L = 0,92, d_U = 1,70$	$d_L = 0,70, d_U = 1,70$
$t_{0,025} = t_{tab}$	2,179	2,228	2,262

(*) T 15 olduğundan d_L için daha küçük, d_U için T'nin daha büyük değerine (T=55) baktık.

4.safha: İstatistik karar safhası :
 $t_{hes} = 11.791 > t_{tab} = 2.1791$ olduğundan H_0 red, H_1 kabul edilir: bu durumda % 5 hata payı veya % 95 ihtimalle b_1 katsayısının sıfırdan farklı olduğu kabul edilebilir.

Anakütle marjinal tüketim eğilimi b_1 için % 5 hata payı ile güven aralıkları da şöyle hesaplanabilir;

$$\hat{b}_1 - t_{tab} \cdot s_{\hat{b}_1} < b_1 < \hat{b}_1 + t_{tab} \cdot s_{\hat{b}_1}$$

$$0,691 - (2,179) (0,0586) < b_1 < 0,691 + (2,179) (0,0586) ; \\ 0,5633 < b_1 < 0,8186894$$

Aynı test ve tahminler sabit terim b_0 içinde yapılabilir. Ayrıca anakütle hata terimi varyansı σ_u^2 'nin % 95 ihtimalle güven aralıkları da şöyle hesaplanabilir;

$$\frac{(n-2) \cdot s^2}{\chi_{0,975}^2} < \sigma_u^2 < \frac{(n-2) \cdot s^2}{\chi_{0,025}^2}$$

$$(n-2) \cdot s^2 = (14-2) \cdot (329)^2 = 12 \cdot 329^2 = 12 \cdot 108241 = 1298892 = e_t^2$$

$$f = n-2 = 14-2 = 12 \text{ serbestlik derecesinde } \chi_{0,025}^2 = 4.40 \text{ ve } \chi_{0,975}^2 = 23.3 \text{ dür.}$$

$$1298892/23.3 < \sigma_u^2 < 1298892/4.40 ; 55746 < \sigma_u^2 < 295202$$

II.1.2. ANAKÜTLE KORELASYON KATSAYISININ TESTİ VE GÜVEN ARALIKLARI

Basit doğrusal tüketim fonksiyonu için hesaplanan belirlilik katsayısı $r^2 = 0.92$ olup, bu bize tüketimdeki değişmelerin (burada artışın) % 92'sinin GSMH tarafından açıklanabildiğini, sadece % 8'inin GSMH dışındaki belirsiz sebeplerden ileri geldiğini göstermektedir. Burada anakütle korelasyon katsayısı P 'nin sıfırdan farklılığını şöyle test etmek mümkündür :

$$H_0: P=0 ; H_1: P \neq 0$$

%5 e göre $f = n - K = 11$ s.d.de $t_{tab} = \bar{t} 2.179$ 'dur.

$$\text{Kritik oran, } t_{hes} = r \cdot \sqrt{\frac{(n-2)}{(1-r^2)}} = (\sqrt{0.92}) \cdot \sqrt{\frac{14-2}{1-0.92}} = 11.75$$

$|t_{hes}| > |t_{tab}|$ olduğundan H_0 red, H_1 kabul edilebilir.

Anakütle korelasyon katsayısının % 95 güvenle sıfırdan anlamlı derecede farklı olduğu söylenebilir. Burada H_1 hipotezi $P > 0$ şeklinde tek taraflıda olabilir. Bu durumda t dağılım tablosunda tek taraflı testte anlamlılık seviyesine bakılmalıdır. Anakütle korelasyon katsayısı için güven aralıkları da şöyle hesaplanabilir :

$$r \mp (2.179) (\sigma_r) = 0.959 \mp (2.179) (0.0816) = 0.78 \leftrightarrow 1.000$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{0.08}{12}} = \sqrt{0.0066} = 0.0816$$

Bu güven aralıklarının manası şudur: Şayet mümkün olan bütün örnekler alınarak bunlar için korelasyon katsayısı hesaplanabilseydi, bunların % 95'i, 0.78 ile 1 arasında değişecekti.

IV.1.3. ANAKÜTLE HATA TERİMLERİ u_t 'LER İÇİN SABİT VARYANS VE OTOKORELASYON TESTLERİ

Bilindiği gibi Klâsik EKKM tahminleri, anakütle hata terimleri u_t 'lerin sabit varyanslı ve otokorelasyonsuz oldukları varsayımlarına dayanır: Bu varsayımların geçersiz olması halinde KEKKM tahminleri pek güvenilir olmazlar bu sebepten makro tüketim fonksiyonu araştırmamızda her iki varsayımın geçerli olup olmadığı Spearman'ın sıra korelasyonu ve Durbin-Watson testi ile aşağıdaki gibi araştırılmıştır.

a) 1972-1985 dönemi Türkiye basit doğrusal makro tüketim fonksiyonu anakütle hata teriminin Spearman'ın sıra korelasyonu sabit varyans testi :

Bu testte Y_t 'lerle e_t 'lerin sıra numaraları arasındaki r_{eX} sıra korelasyonu katsayısının hesaplanabilmesi için gerekli sütunlar Tablo 1'dedir. Buna göre :

$$r'_{e.X} = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot (524)}{14(14^2-1)} = -0,15, \text{ olup}$$

bu sonuca göre u_t 'lerin varyansı σ_{ut}^2 'nin sabit olduğuna karar verebiliriz, zira $r'_{e.X}$ sifıra daha yakındır.

b) 1972-1985 Türkiye basit doğrusal tüketim fonksiyonu u_t 'leri için Durbin-Watson otokorelasyon testi ;

Makro tüketim fonksiyonunun hata terimleri u_t 'lerin birbirini takibeden değerleri arasında ilişki yani otokorelasyon olup olmadığı Durbin-Watson otokorelasyon testi ile % 5 hata payı veya % 95 ihtimalle araştırılmıştır.

Kritik oran d_{hes} 'in bulunabilmesi için gerekli sütunlar Tablo 1'dedir; Buna göre :

$$d_{hes} = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} = \frac{574222,8}{1298961,8} = 0,44$$

Pozitif otokorelasyon bölgesi	kararsızlık bölgesi	otokorelasyon yok	kararsızlık bölgesi	negatif otokorelasyon bölgesi
$d_{hes} = 0,44$	$d_L = 0,95$	$d_U = 1,60$	$4 - d_U$	$4 - d_L$

Görüldüğü gibi d_{hes} değeri pozitif otokorelasyon bölgesine düşmektedir ve % 95 ihtimalle hata terimleri arasında ilişki olduğuna karar verileceğiz.

Bu durumda ya otokorelasyonlu model kabul edilecek veya otokorelasyonun önlenmesi yoluna gidilecektir. Biz otokorelasyonu önleyebilmek için Model III'ü tahmin edip, bundaki C_{t-1} değişkeninin katsayısı 1,01 bi-

rinci dereceli otokorelasyon parametresi p olarak alınarak, orijinal verilerin dönüşümü iki safhalı Durbin Metodu ile yapılmıştır. Ancak bu dönüşümlü modelde de hata terimleri arasında otokorelasyon olduğu müşahade edilmiştir. Bu sebepten orijinal verilerle tahmin ettiğimiz tüketim fonksiyonu ile yetinilmiştir.

IV.1.4. $Y_{t_0} = 14$ İÇİN C_{t_0} 'IN ARALIK TAHMİNİ

Türkiye GSMH'sı 1983 fiyatları ile 14 milyara çıktığında toplam tüketiminin aralık tahmini şu formülden yapabiliriz :

$$(\hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_0) \mp t_{tab} \cdot s \cdot \sqrt{1 + 1/n + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{s^2}}$$

Burada $X_0 = Y_{t_0} = 14000$ alınacaktır. (Bu tahminle ilgili sütun hesaplamaları Tablo 1'dedir.) Buna göre :

$$(1796 + 0,691 \cdot 14000) \mp (2,179) \cdot 329 \cdot \sqrt{1 + 1/14 + \frac{(14000 - 10078)^2}{31503878}}$$

$$10574,7 < C_{t_0} < 12365,3$$

Neticede, GSMH 14 milyara çıktığında toplam tüketimin % 95 ihtimalle en az 10,574 milyar, en fazla 12,365 milyara çıkması beklenebilir.

IV.2. ÇOKLU DOĞRUSAL MODE II'NİN TESTİ VE YORUMU

Aşağıda önce b_j 'lerin, sonra R^2 'nin testini ele alacağız.

IV.2.1. b_j 'lerin YORUM VE TESTİ

Makro tüketim fonksiyonu ile ilgili basit modele bir de gecikmeli GSMH değişkeni Y_{t-1} 'i de aldık ve Tablo II'deki çoklu model II'yi tahmin ettik :

$$C_t = 2067 + 0,5905 \cdot Y_t + 0,079 \cdot Y_{t-1} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 Y_t + \hat{b}_2 Y_{t-1}$$

$$s_{p_i} : (771) \quad (0,411) \quad (0,406)$$

$$t^* = t_{hes} : (2,68) \quad (1,44) \quad (0,19), \quad t_{0,025} = 2,228$$

$$R^2 = 0,894, \quad s = \hat{\sigma}_u = 353, \quad D.W. = 0,46$$

Ayrıca \bar{R}^2 'de şöyle hesaplanmıştır: (R^2 =Çoklu belirlilik katsayısı)

$$\bar{R}^2 = 1 - \left[(1-R^2) \cdot \frac{n-1}{n-K} \right]$$

Çoklu gecikmeli açıklayıcı değişkenli modelde: $\hat{b}_1 = 0,59$, $\hat{b}_2 = 0,079$ dur; bu katsayılar bize cari GSMH (Y_t)'nin gecikmeli GSMH (Y_{t-1})'ya nazaran tüketime daha etkili olduğunu gösterir. Nitekim b_1 'in ve b_2 'nin % 5 hata payı ile t testleri sonucu sifıra eşit oldukları anlaşılmıştır. (Bu testler aynen basit modeldeki gibi yapılmaktadır.)

Regresyon katsayılarının topluca sifıra eşit oldukları H_0 hipotezini F testine tabi tutabiliriz:

$$H_0 : b_1 = b_2 = 0; \quad H_1 : b_j \text{ 'ler sifıra eşit değildir.}$$

% 5 güvenle $f_1 = K-1 = 3-1 = 2$ ve $f_2 = n-K = 14-3 = 11$ serbestlik derecesinde $F_{tab} = 3,98$, Kritik oran;

$$F_{hes} = \frac{R^2/K-1}{(1-R^2)/n-K} = \frac{0,894/2}{(1-0,894)11} = 46,56$$

$F_{hes} > F_{tab}$ olduğundan katsayıların sifıra eşit olduğu H_0 hipotezi:

95 ihtimalle reddedilebilir. İstenirse b_1 ve b_2 için güven aralıkları da hesaplanabilir. (Aynen basit modelde olduğu gibi.)

IV.2.2. ÇOKLU VE KISMİ KORELASYON KATSAYILARININ YORUM VE TESTİ

$$C_t = 2067 + 0,59 Y_t + 0,079 Y_{t-1} \text{ çoklu modeli için çoklu belirlilik}$$

katsayısı $R^2 = 0,894$ gibi yüksek bir değer çıkmıştır, böylece tüketimdeki değişmelerin % 89'u cari ve gecikmeli GSMH tarafından açıklanabilmektedir. Çoklu belirlilik katsayısının karekökü olan korelasyon katsayısı R 'nin sifıra eşitliği H_0 hipotezini t testine tabi tutabiliriz:

$$t_{hes} = R \cdot \sqrt{\frac{n-K}{(1-R^2)(K-1)}}$$

$$0,894 \cdot \sqrt{\frac{14-3}{(1-0,894)(3-1)}} = 6,4, \quad t_{0,025} = 2,201,$$

$$t_{hes} = 6,4; \quad t_{tab} < t_{hes} \text{ olduğundan } R \text{ 'nin sifırdan farklı}$$

olduğuna karar veriyoruz, yani $H_1 : P=0$ 'ı kabul ediyoruz.

Gecikmeli GSMH değişkenli çoklu doğrusal modeldeki hata terimleri u_t 'ler arasında otokorelasyon olup olmadığı konusunda Durbin-Watson testini uygulayabiliriz: % 95 güvenle $d_{hes} = 0,46 < d_L = 0,82$ olduğundan otokorelasyon olduğuna karar verebiliriz.

Model II'deki açıklayıcı değişkenler Y_t ile Y_{t-1} arasında «çoklu doğrusal bağlantı» (ilişki) olup olmadığı konusunda bir fikir edinebilmek için $r_{Y_t - Y_{t-1}}$ basit korelasyon katsayısı hesaplanmış ve değeri 0,96 bulunmuştur. Bu model de böylece KEKKM varsayımlarından çoklu doğrusal bağlantı olmaması varsayımı da zedelenmiş olmaktadır.

Model III, otokorelasyonu önleyebilmek için tahmin edilmiş olduğundan ayrıca yorum ve testini yapmaya gerek duymuyoruz.

V. SONUÇ :

Tek denklemliler parametrelerinin tahmin ve testinde bilgisayar sonuçlarının değerlendirilmesi ile ilgili bu araştırmanın gerek teorik, gerekse uygulama kısmında, zaman serileri verilerine dayanarak $Y_t = f(X_t) + u_t$ basit modeli ve $Y_t = f(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}) + u_t$ çoklu modeli için özellikle şu hususlar üzerinde durulmuştur: Regresyon sabit ve katsayıları b_j 'lerin tahmini ve testi ile korelasyon katsayılarının tahmin ve testi belli bir X_0 için Y 'nin tahmini. Bu tahmin ve testler ektaki bilgisayar sonuçları ile paralel olarak yapılmak suretiyle, diğer ilim dallarında son

zamanlarda yaygın olarak bilgisayarlardan faydalanarak analizler yap-
panlara yardımcı olunmaya çalışılmıştır.

Araştırmamızın zaman serisi makro tüketim fonksiyonu uygula-
ması, diğer zaman serisi analizlerinde olduğu gibi değişkenler arasında
kuvvetli ilişki olduğunu göstermiştir. Zaman serisi verilerine dayanarak
yapılan araştırmalarda genellikle hata terimlerini u_t 'ler arasında ilişki

söz konusu olmaktadır. Nitekim araştırmamızda da hata terimleri ara-
sında otokorelasyon olduğu tesbit edilmiştir. Bu sebeble Ekonometris-
yenlerin otokorelasyonun önlenmesi için yeni metodlar geliştirmeleri ge-
rekmemektedir. Böylece ilmi araştırmalarda çok yaygın olarak kullanılan
Klâsik En Küçük Kareler Metodu=(KEKKM) daha rahatlıkla, çekinil-
meden kullanılabilir.

Uygulama konumuz olan makro tüketim fonksiyonunda KEKKM sa-
bit varyans varsayımı dışında, otokorelasyon ve çoklu doğrusal
bağlantı olmaması varsayımlarının gerçekleşmediği görüldüğünden, mo-
delin spesifikasyonunun noksan olduğu sonucuna varabiliriz. Böylece
uyguladığımız modellere yeni değişkenler ilâvesi, eğrisel ve çok denklemler
modeller denenmesi gerekmektedir. Zaten son yıllarda tüketim fonksiy-
nunun analizi gibi ekonometrik analizlerde, birden çok denklemler
lerin yaygın olarak kullanıldığı görülmektedir.

KAYNAKLAR :

Gürtan, Kenan (1982 İstatistik ve Araştırma Metodları İktisat
ve İş İdaresine Tatbikatı, 5. Baskı, İstanbul, İstanbul Üniversitesi, İşlet-
me Fak. Yay. No: 137

Johnston, J. (1984) Econometric Methods, 3. Edition, Mc Graw
Hill.

Kricke, M. (1980) Statistische und Ökonometrie, Lehrstuhl,
Institut für Statistik und Ökonometrie.

Koutsoyiannis, A. (1983) Theory of Econometrics, 2. Edition,
Mc Millan Press.

Malinvand, E. (1969) Méthodes Statistiques de l'économetrie,
Dunod, Paris.

Akkaya Şahin-Güneş Mustafa: (1986) Tek Denklemler Türkiye
Makro Tüketim Fonksiyonu Uygulaması, İzmir. (Yayınlanmamış seminer
çalışması)

ÖZET

Araştırmamızda tek denklemler doğrusal ekonometrik modellerin
tahmin, test ve yorumunda bilgisayarlardan faydalanma konusu işlen-
miştir. Bu maksatla önce, basit ve çoklu doğrusal ekonometrik modelle-
rin tahmin ve testi konusu özetlenmiştir. Sonra, 1972-1985 dönemi Tür-
kiye Makro Tüketim Fonksiyonu bilgisayarda tahmin edilerek sonuçları
yorumlanmıştır. Böylece iktisat, işletme, maliye, hukuk, v.b. sosyal ilim-
lerde ekonometrik modelleri kullanan araştırmacılara yardımcı olunmaya
çalışılmıştır.

EK 1— 1972-1985 DÖNEMİ TÜRKİYE BASİT DOĞRUSAL MAKRO TÜKETİM FONKSİYONU TAHMİNİ İÇİN BİLGİSAYAR ÇIKTISI (SONUCU)

THE REGRESSION EQUATION IS

$$C1 = 1796 + 0.691 C2$$

COLUMN	COEFFICIENT	ST. DEV. OF COEF.	T—RATIO = COEF/S.D.
	1796.5	597.2	3.01
C2	0.69090	0.05862	11.79

$$S = 329.0 = \sqrt{\frac{\sum e_t^2}{n-K}} = \sigma_u$$

R — SQUARED = 92.0 PERCENT

R — SQUARED = 91.4 PERCENT , ADJUSTED FOR D.F.

ANALYSIS OF VARIANCE

DUE TO	DF	SS	MS=SS/DF
REGRESSION	1	15037757	15037757
RESIDUAL	12	1298944	108245
TOTAL	13	16336701	

ROW	C2	Y. C1	PRED. Y VALUE	ST.DEV. PRED Y	RESIDUAL	ST.RES.
1	7357	6702.0	6879.4	182.1	-177.4	-0.65
2	7752	6812.0	7152.3	162.2	-340.3	-1.19
3	8325	7399.0	7548.2	135.2	-149.2	-0.50
4	8987	8095.0	8005.6	108.7	89.4	0.29
5	9699	8937.0	8497.5	90.7	439.5	1.39
6	10076	9447.0	8758.0	87.9	689.0	2.17 R
7	10365	9369.0	8957.6	89.5	411.4	1.30
8	10323	9097.0	8928.6	89.1	168.4	0.53
9	10213	8788.0	8852.6	88.3	-64.6	-0.20
10	10637	8843.0	9145.6	93.8	-302.6	-0.96
11	11126	9189.0	94.83.4	107.3	-294.4	-0.95
12	11485	9585.0	9731.5	120.6	-146.5	-0.48
13	12051	9957.0	10122.5	145.3	-165.5	-0.56
14	12693	10409.0	10566.1	176.7	-157.1	-0.57

R DENOTES AN OBS. WITH A LARGE ST. RES.
DURBIN-WATSON STATISTIC = 0.44

EK 2 — 1972—1985 DÖNEMİ TÜRKİYE ÇOKLU DOĞRUSAL MARKO
TÜKETİM FONKSİYONLARI İÇİN BİLGİSAYAR
ÇIKTISI (SONUCU) :

THE REGRESSION EQUATION IS
 $C1 = 2067 + 0.590 C2 + 0.079 C3$

COLUMN	COEFFICIENT	ST.DEV. OF. COEF.	T-RATIO = COEF/S.D.
C2	2067.0	771.1	2.68
C3	0.5905	0.4109	1.44
	0.0786	0.4057	0.19

S = 353.4
R — SQUARED = 89.4 4 PERCENT
R — OQUARED = 87.3 PERCENT , ADJUSTED FOR D.F.
ANALYSIS OF VARIANCE

DUE TO	DF	SS	MS=SS/DF
REGRESSION	2	10530152	5265076
RESIDUAL	10	1248870	124887
TOTAL	12	11779022	

FURTHER ANALYSIS OF VARIANCE
SS EXPLAINED BY EACH VARIABLE WHEN
ENTERED IN THE ORDER GIVEN

DUE TO	DF	SS
REGRESSION	2	10530152
C2	1	10525464
C3	1	4688

ROW	C2	Y. C1	PRED. Y VALUE	ST.DEV. PRED Y	RESIDUAL	ST.RES.
1	7752	6812.0	7222.6	209.1	-410.6	-1.44
2	8325	7399.0	7591.9	186.4	-192.9	-0.64
3	8987	8095.0	8027.9	171.3	67.1	0.22
4	9699	8937.0	8500.3	163.1	436.7	1.39
5	10076	9447.0	8778.9	100.1	668.1	1.97
6	10365	9369.0	8979.1	109.9	389.9	1.16
7	10323	9097.0	8977.1	208.1	119.9	0.42
8	10213	8788.0	8908.8	232.7	-120.8	-0.45
9	10637	8843.0	9150.5	101.4	-307.5	-0.91
10	11126	9189.0	9472.6	119.5	-283.6	-0.85
11	11485	9585.0	9723.0	133.1	-138.0	-0.42
12	12051	9957.0	10085.4	172.7	-128.4	-0.42
13	12693	10409.0	10509.0	220.4	-100.0	-0.36

DURBIN-WATSON STATISTIC = 0.46

EK 3— 1972-1985 DÖNEMİ TÜRKİYE ÇOKLU DOĞRUSAL MAKRO
TÜKETİM FONKSİYONU İÇİN BİLGİSAYAR
ÇIKTISI (SONUCU)

THE REGRESSION EQUATION IS
 $C1 = -32 + 1.01 C4 + 1.26 C2 - 1.29 C3$

COLUMN	COEFFICIENT	ST.DEV. OF COEF.	T-RATIO = COEF/S.D.
C4	-32.2	563.4	-0.06
C2	1.0055	0.1898	5.30
C3	1.2610	0.2481	5.08
	-1.2862	0.3328	-3.86

S = 183.5
R — SQUARED = 97.4 PERCENT
R — SQUARED = 96.6 PERCENT , ADJUSTED FOR D.F.

ANALYSIS OF VARIANCE

DUE TO	DF	SS	MS = SS/DF
REGRESSION	3	11475814	3825271
RESIDUAL	9	303208	33690
TOTAL	12	11779022	

FURTHER ANALYSIS OF VARIANCE

SS EXPLAINED BY EACH VARIABLE WHEN ENTERED IN THE ORDER GIVEN

DUE TO	DF	SS
REGRESSION	3	11475814
C4	1	10416422
C2	1	556178
C3	1	503213

ROW	C2	C1	PRED. Y VALUE	ST.DEV.	PRED Y	RESIDUAL	ST.RES.
1	6702	6812.0	7020.3	115.1	115.1	-208.3	-1.46
2	6812	7399.0	7345.4	107.4	107.4	53.6	0.36
3	7399	8095.0	8033.5	89.0	89.0	61.5	0.38
4	8095	8937.0	8779.8	99.8	99.8	157.2	1.02
5	8937	9447.0	9186.1	92.8	92.8	260.9	1.65
6	9447	9369.0	9578.5	126.7	126.7	-209.5	-1.58
7	9369	9097.0	9075.4	109.7	109.7	21.6	0.15
8	9097	8788.0	8717.2	126.2	126.2	70.8	0.53
9	8788	8843.0	9082.6	54.2	54.2	-239.6	-1.37
10	8843	9189.0	9209.3	79.5	79.5	-20.3	-0.12
11	9189	9585.0	9381.0	94.6	94.6	204.0	1.30
12	9585	9957.0	10031.2	90.3	90.3	-74.2	-0.46
13	9957	10409.0	10486.8	114.5	114.5	-77.8	-0.54

DURBIN-WATSON STATISTIC = 2.10