

UNE APPLICATION SUR L'ESTIMATION DES MODÈLES  
ECONOMETRIQUES MANIFESTANT L'AUTOCORRELATION DES  
ERREURS : LA FONCTION D'IMPORTATION DE TURQUIE <sup>(1)</sup>

Şahin AKKAYA (\*)

Kadir ERTAŞ (\*\*)

R E S U M E

On sait que, l'une des hypothèses de la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO), est l'absence d'autocorrélation des erreurs  $u_t$ . Surtout dans les modèles basés sur les données des séries chronologiques, un certain degré de dépendance stochastique entre les valeurs successives des  $u_t$  manifeste. Le remède est de transformer les variables originales en appliquant généralement la méthode des Moindres Carrés Généralisés (MCG), à condition que l'hypothèse de l'homogénéité de variance des  $u_t$  soit vérifiée.

L'objet de cet article est l'application de la méthode des Moindres Carrés Généralisés à la fonction d'importation de Turquie pour la période de 1968-1982, pour réduire l'autocorrélation des erreurs.

---

(1) Papier présenté au Colloque Mondial de L'Association d'Econométrie Appliquée sur «Modélisation des Economies Semi-Industrialisées et en Développement», İstanbul TURQUIE Decembre, 10-12, 1986.

Paper presented at the World Conference of the Applied Econometric Association on «Econometric Modelling in Semi-Industrialized and Developing Economies» in İstanbul-TURKEY-December 10-12, 1986.

(\*) Maître de Conférence Dr. à l'Université de Dokuz Eylül, Faculté de Sciences Economiques et Administratives, İzmir-TURQUIE.

(\*\*) Assistant à l'Université de Dokuz Eylül, Faculté des Sciences Economiques et Administratives, İzmir-TURQUIE.

## I. INTRODUCTION

Pour estimer les modèles économétriques à une équation par la méthode des MCO, l'une des hypothèses la plus importante est l'absence d'autocorrélation des erreurs  $u_t$  c'est-à-dire,

$$\text{Cov}(u_t, u_{t-1}) = E \left\{ [u_t - E(u_t)] [u_{t-1} - E(u_{t-1})] \right\} \\ = E(u_t u_{t-1}) = 0, \quad t \neq t-1 \text{ et}$$

par hypothèse,  $E(u_t) = E(u_{t-1}) = 0$ .

Contrairement à cette hypothèse, en pratique, les modèles basés sur les données des séries chronologiques manifestent toujours un certain degré de dépendance stochastique entre les valeurs successives  $u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$

du terme représentant les erreurs de la population :

$u_t = f(u_{t-1}) = p \cdot u_{t-1} + v_t$  : autocorrélation linéaire du premier ordre

$u_t = f(u_{t-1}, u_{t-2}) = p_1 u_{t-1} + p_2 u_{t-2} + v_t$  : autoc. linéaire du deuxième ordre

ainsi de suite. L'erreur terme de la relation d'autocorrélation  $v_t$  doit vérifier les hypothèses suivantes:

$$E(v_t) = 0, \quad E(v_t^2) = \sigma_v^2 \text{ constant}, \quad E(v_i v_j) = 0,$$

En pratique on voit généralement l'adoption de l'autocorrélation linéaire du premier ordre.

Les raisons d'existence de l'autocorrélation dans les modèles de régression ajustés à des séries chronologiques économiques sont: premièrement les effets sur les  $u_t$  des perturbations imprévisibles (les conflits

armés, les grèves, les sécheresses, etc.) ou des variables omises tendent à faire sentir leur influence sur plusieurs années. Si l'effet d'un facteur de ce type est positif pour  $t$ -ième observations, il sera également pour la  $(t+1)$  ième observation; par conséquent si  $u_t$  a une valeur positive,

$u_{t+1}$  l'aura aussi. Deuxièmement, si l'on ajuste une relation linéaire au lieu d'ajuster une relation non linéaire entre les variables expliquées et

celles explicatives, les valeurs des erreurs termes successives auront à peu près les mêmes grandeur et signe. Troisièmement, «les méthodes de collecte et de présentation des données comprennent des éléments de lissage et d'interpolation qui font une moyenne des vraies perturbations pour ensemble de périodes consécutives» (Kane 1971) : 427.

Une fois qu'on accepte qu'il y a autocorrélation, on cherche tout d'abord si les erreurs ont une corrélation à cause d'une variable explicative qui aurait été exclue. Si c'est le cas, on introduit cette variable dans le modèle, ensuite le modèle élargi est estimé et vérifié. Sinon, on accepte l'hypothèse qu'il y a une dépendance stochastique entre les valeurs  $u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$  et on doit considérer le modèle comme inadéquat.

Pourtant on peut prendre des mesures pour réduire l'autocorrélation des résidus obtenus, bien que ce soit une méthode dangereuse quand on n'est pas sûr de la partie systématique du modèle.

## II. LA METHODE UTILISEE POUR ESTIMER LA FONCTION D'IMPORTATION MANIFESTANT AUTOCORRELATION DES ERREURS

Nous avons estimé la fonction d'importation de Turquie à une équation linéaire pour la période 1968-1982, par la méthode des Moindres Carées Ordinaires :

$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + u_t, \quad t=1,2,3,\dots, 15; \text{ ici :}$$

$Y_t$  = Importations (million livres turques aux prix de 1968)

$X_t$  = Production Intérieure Brute (million livres turques aux prix de 1968)

$u_t$  = erreur terme de la population;  $b_0$  et  $b_1$  = paramètres à estimer

Dans cette étude, avant de prendre des mesures pour réduire autocorrélation, on a estimé la fonction d'importation par la méthode des M C O et on a testé l'indépendance des erreurs par le test de Durbin-Watson (DURBIN J, WATSON G.S. (1950) ). NERLOVE et WALLIS (1966) ont montré que ce test perd son efficacité lorsque le modèle contient des variables endogenes retardées. Pour pallier cet inconvénient, DURBIN (1970) a élaboré un nouveau test d'indépendance. MARECHAL (1972) a analysé et comparé ces tests; en conclusion, elle les trouve très

limités puisqu'ils peuvent s'appliquer seulement aux modèles à une équation et à l'autocorrélation du premier ordre. L'étude du sujet pour les modèles à équation simultanées est effectué par ZELLNER (1961). Après, MALINVAUD (1969) a étudié ce sujet pour les modèles autoregressifs.

Une fois qu'on a admis qu'on peut rejeter l'hypothèse d'indépendance des erreurs, on peut adopter une procédure d'estimation du modèle qui tient compte de cette dépendance. La procédure dont nous avons adopté est la méthode des Moindres Carrés Généralisés pour

l'autocorrélation du premier ordre:

$$u_t = f(u_{t-1}) = p \cdot u_{t-1} + v_t, \quad |p| \leq 1$$

Nous avons estimé le paramètre d'autocorrélation du premier ordre  $p$  par la méthode de Durbin :

$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + u_t \quad (1)$$

$$u_t = p u_{t-1} + v_t \quad \text{ou}$$

$$v_t = u_t - p u_{t-1} \quad \text{sans autocorrélation.}$$

Pour pouvoir obtenir  $v_t$  sans autocorrélation, d'abord on a écrit (1) en la retardant une année et en multipliant par  $p$  les deux membres:

$$p Y_{t-1} = b_0 p + b_1 p X_{t-1} + p u_{t-1} \quad (2)$$

Formons (1) - (2) :

$$Y_t = b_0 (1-p) + p Y_{t-1} + b_1 X_t - b_1 p X_{t-1} + v_t \quad \text{ou, en posant:}$$

$$a_0 = b_0 (1-p), \quad a_1 = b_1, \quad a_2 = b_1 p, \quad v_t = u_t - p u_{t-1} \quad \text{on obtient,}$$

$$Y_t = a_0 + p Y_{t-1} + a_1 X_t + a_2 X_{t-1} + v_t \quad (3)$$

De (3), on estime  $p$  par la méthode des M. C. O. La valeur estimée  $\hat{p}$  de  $p$ , est utilisée pour obtenir ces variables transformées  $Y_t^*$  et  $X_t^*$  :

$$Y_t^* = Y_t - \hat{p} Y_{t-1}$$

$$X_t^* = X_t - \hat{p} X_{t-1}$$

A la fin on a appliqué la méthode des M C O à ces variables transformées.

### III. ESTIMATION DE LA FONCTION D'IMPORTATION MANIFESTANT AUTOCORRELATION DES ERREURS

Avec les données du Tableau I, nous avons estimé la fonction d'importation de Turquie para la méthode des M C O comme suit :

$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + u_t$$

$$\hat{Y}_t = -20,245 + 0,23 X_t; r^2 = 0,738$$

$$s_{b_i} : (6,78) \quad (0,038)$$

$$t^* : (-2,986) \quad (6,05)$$

D.W. =  $d^* = 0,828$  . Pour  $k' = 1, n = 15$  et pour le niveau signification usuel 5 % :  $d_L = 1,08$   $d_U = 1,36$ .

Puisque  $d^* < d_L$  ; il ya une autocorrélation positive dans la fonction d'importation; c'est-à-dire,  $E(u_t u_{t-1}) > 0$  ; comme dans presque tous les cas des données économiques globales. Comme  $d^*$  trouvé est tres faible on peut dire que les valeurs successives des  $e_t$  sont algébriquement proches les unes des autres. Alors dans ce cas, la méthode des M C O fournit des estimations inefficaces:  $\sigma_u^2$  et  $s_b^2$  ont tendance à être sous-estimés.

Une fois qu'on a admis l'hypothèse d'autocorrélation, on doit adopter une procédure d'estimation qui tient compte de cette dépendance. On calcule ensuite une nouvelle série d'estimations des erreurs  $e_t^*$  : Pour cela

pour notre fonction d'importation nous avons estimé l'équation (3) ainsi :

$$Y_t = -14,002 + 0,502134 Y_{t-1} + 0,39488 X_t - 0,26345 X_{t-1}$$

Ici le coefficient de la variable expliquée retardée  $Y_{t-1}$  est  $p = 0,502134$ .

Ainsi on a utilisé les variables transformées pour pouvoir estimer la fonction d'importation transformée suivante :

$$\Delta Y_t^* = -12,624649 + 0,2604111 X_t^*$$

$$, r^2 = 0,4925; n=14; \text{ pour } \% 5 \quad t_{\infty} = 2,179$$

$$s_{b_i} : (7,20) \quad (0,0763) , \quad d^* = 1,14. \text{ Pour } 5 \% , k = 1 \text{ et } n=14 :$$

$$t^* : (-1,753) \quad (3,413) ; \quad d_L = 1,045 \quad d_U = 1,350$$

Ici, comme  $n < 15$ , nous avons utilisé le table de Savin-White (1977) pour trouver les valeurs de  $d_L$  et  $d_U$ ; on sait que ce table nous donne les valeurs de  $d_L$  et  $d_U$  pour  $6 \leq n \leq 200$  et 10 regressseurs: Jusqu'aux tables

de Savin-White, quand  $n < 15$  les économétriciens ont utilisé la table Durbin-Watson de la façon différente; en vérité ROTTIER (1975) : 186, pour  $n=12$  prend les valeurs de D.W. correspondantes à  $n=15$ . LABROUSSE (1972) : 45, pour le niveau signification 5 %,  $k=1$  variable explicative et  $n=13$ , extrapole la table de D.W. ainsi :

$$d_L(13) = d_L(15) - 0,02 - 0,02 = 1,04:$$

$$d_U(13) = d_U(15) - 0,01 - 0,01 = 1,34:$$

Enfin KOUTSOYIANNIS (1983) : 630, pour  $n=10$  utilise la valeur critique de  $d_U = 1,65$ . ( $k'=2$ ).

Grace à la méthode des M C G, la valeur de  $d^*$  a augmentée de 0,828 à 1,14. Puisque

$$d_L = 1,045 \leq d^* = 1,14 < d_U = 1,35 ; \text{ il y a doute à propos de}$$

l'autocorrélation. Pourtant pour le niveau signification 1 %, on peut dire qu'il n'y a pas d'autocorrélation des erreurs:  $d^* > d_U = 1,054$ .

Dans le modele transformé  $r^2$  a diminué à 0,4925 et pourtant le coefficient de régression  $b_1$  est significatif à 5 %:

Pour notre exemple nous avons estimé le parametre d'autocorrélation  $\rho$ , en utilisant cette formule aussi:

TABIEAU I — IMPORTATIONS ET PRODUCTION INTERIEUR BRUTE DE LA TURQUIE ET LES CALCULS

POUR LA METHODE DE DURBIN  $P=0,502134$

$Y_t$  = Importations (millions livres turques aux prix de 1968);  $X_t$  = PIB (millions livres turques aux

prix de 1968)

Années (t)	$Y_t$	$X_t$	$e_t = Y_t - Y_t^*$	$Y_t^* = Y_{t-1} \cdot 0,502134$	$X_t^* = X_{t-1} \cdot 0,502134$	$e_t^* = Y_t^* - Y_t^*$
1968	6934	112493	1,250253	—	—	—
1969	6282	118594	-0,807980	2800	62107	-0,749
1970	8203	125425	-0,461472	5049	65875	0,519
1971	11852	138185	0,246445	7733	75205	0,773
1972	13477	148476	-0,500548	7526	79089	-0,446
1973	14991	156457	-0,826106	8224	81902	-0,480
1974	21265	168013	2,784326	13738	89451	3,069
1975	25177	181383	3,614645	14499	97018	1,859
1976	25838	195751	0,963933	13196	104672	-1,437
1977	25395	203358	-1,232421	12421	105065	-2,314
1978	17841	209183	-10,129038	5089	107070	-10,169
1979	16067	208343	-11,709424	7108	103305	-7,169
1980	28996	206121	1,731729	20928	101505	7,120
1981	35315	214577	6,101687	20755	111077	4,454
1982	40438	224342	8,973931	22705	116596	4,967

SOURCES : T.C. DEVLET İSTATİSTİK ENSTİTÜSÜ : 1965-1984 Türkiye İstatistik Yıllıkları et  
 İSTANBUL TİCARET ODASI : İstanbul Ticaret Gazetesi, 12 temmuz 1985

$$p = \frac{\sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2} = 0,606. \text{ En utilisant cette valeur de } p$$

on a estimé ce modèle transformé :

$$Y_t^* = 10,562 + 0,268 X_t^*, d^* = 1,234$$

$$Y_t^* = Y_t - 0,606 Y_{t-1}, X_t^* = X_t - 0,606 X_{t-1}$$

Avec cette méthode aussi pour le niveau signification 5% on est dans le cas de doute; Dans ce cas on pourrait essayer l'autocorrélation du deuxième ordre:

$$e_t = p_1 e_{t-1} + p_2 e_{t-2}$$

En utilisant la M C G KOUTSOYIANNIS (1983) : 228, pour la période de 1950-1968 estime la fonction d'importation de l'Angleterre suivante:

$$Y_t^* = -372 + 0,228 X_t^*; r^2 = 0,872, p = 0,6475 \text{ est trouvé avec la méthode de DURBIN.}$$

$s_{b_i} : (223) (0,02), d^* = 2,11$

Ainsi par rapport aux variables, originales, on arrive estimer une fonction d'importation transformée sans autocorrélation. Dans son modèle original la valeur de  $d^*$  est égale à 0,937.

#### IV — CONCLUSION

Bien qu'il soit dangereux de prendre des mesures pour réduire l'autocorrélation des erreurs termes, en pratique on voit souvent les applications de la méthode des Moindres Carrés Generalisés, quand l'hypothèse d'indépendance des erreurs est rejetée. Dans notre fonction d'importation, les différentes méthodes d'estimation du paramètre d'autocorrélation  $p$ ,

ont produit des estimations à peu pres mêmes pour  $b_1 : b_1 = 0,2604$  avec la méthode de Durbin et  $b_1 = 0,268$  avec la formule,

$p = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_{t-1}^2}$ . Les deux méthodes ont montré pour le niveau signification 5%, il ya doute à propos de l'autocorrélation; pourtant

pour le niveau de 1% on peut dire qu'il n'y a pas d'autocorrélation. En outre,  $r^2$  diminue de plus en plus que  $d^*$  augmente.

Parmi des méthodes d'estimation du paramètre d'autocorrélation  $\rho$ , par mesure de prudence, on choisit la méthode qui a une erreur-type  $s_{b_i}$  la plus élevée; ainsi les estimations des intervalles des  $b_i$  seront

d'avantage sans biais. Mais avant tout, on doit vérifier l'hypothèse de l'homoscédasticité des erreurs.

### R É F É R E N C E S

- DURBIN, J. et WATSON, G.S. (1950); «Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression», *Biometrika*, Vol. 37.
- DURBIN, J. (1960); «Estimation of Parameters in Time-Series Regression Models» *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 22, Serie B.
- DURBIN, J. (1970); «Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression When Some of the Regressors Are Lagged Dependent Variables», *Econometrica*, Vol. 38, No. 3.
- Istanbul Ticaret Odası (1985); *Istanbul Ticaret Gazetesi*, 12 Temmuz 1985.
- KANE, E.J. (1971) *Statistique Economique et Econometrie, Introduction à L'économie Quantitative*, Lib. A. Colin, Paris.
- KOUTSOYIANNIS, A. (1938), *Theory of Econometrics, An Introductory Exposition of Econometric Methods*, 2nd Ed., Macmillan.
- LABROUSSE, CH. (1972); *Introduction à L'économetrie*, Dunod, Paris.
- MALINVAUD, E. (1969); *Méthodes Statistiques de L'économétrie*, Dunod, Paris.
- MARECHAL, B. (1972); «Etude Théorique des Tests de L'autocorrélation des erreurs» *Publications Econométriques*, Revue semestrielle, Vol. V, Fas. 1, Paris.
- NERLOVE, M. et WALLIS, K.F. (1966); «Use of the Durbin Watson Statistic in Inappropriate Situations», *Econometrica*, Vol. 34, No.1.
- ROTTIER, G. (1975); *Econometrie Appliquée, Modeles, de Consommation*, Dunod, Paris.
- SAVIN, N.E. et WHITE, K.J. (1977); «The Durbin-Watson Test for Serial Correlation with Extreme Sample Sizes or Many Regressors», *Econometrica*, Vol. 45.

T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü (1965-1984); Türkiye İstatistik Yıllıkları.

ZELLNER, A. (1961); «Econometric Estimation with Temporally Dependent Disturbance Terms», International Economic Review.

## OTOKORELASYONLU EKONOMETRİK MODELLERİN TAHMİN METODLARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA : TÜRKİYE İTHALAT FONKSİYONU

Bu çalışma, «Yarı-sanayileşmiş ve kalkınmakta olan ekonomilerin modelleştirilmesi» konusunda, Uygulamalı Ekonometri Derneği'nin 10-12 Aralık 1986 tarihlerinde İstanbul'da yaptığı 20. Dünya Uygulamalı Ekonometri Konferansı'nda sunulan tebliğdir.

Bilindiği gibi, Klasik En Küçük Kareler Metodu'nun varsayımlarından biri anakütle hata terimleri  $u_t$  lerin otokorelasyonlu olmamasıdır. Özellikle zaman serisi verilerine bağlı ekonometrik modellerde  $u_t$  lerin birbirini takibeden değerleri arasında belli derecede ihtimali bir bağımlılık mevcuttur.  $u_t$  lerin sabit varyanslı oldukları varsayımının gerçekleşmesi şartıyla, uygulamada orijinal verilerin dönüşümü yapılarak Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Metodu ile otokorelasyonun önlenmesi yoluna gidilmektedir.

Bu araştırmada, hata terimleri arasındaki otokorelasyonu önleyebilmek için, 1968-1982 dönemi Türkiye İthalat Fonksiyonu'na Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Metodu uygulanmış ve diğer ülkelerle mukayese yapılmıştır.