

ZAMAN SERİLERİNDE MEVSİMLİK HAREKETLERE İLİŞKİN VARYANS ANALİZİ TESTİ

Mustafa DİLEK (*)

ÖZET

İstatistiki bir zaman serisinin başlıca iki elemanlarından biri olan mevsimlik hareketler üzerine varyans analizi yoluyla bir test incelenmektedir. Bu test için önce varsayımlar ortaya konup sonra da işlem yolu açıklanmaktadır.

Varsayımda, incelenecek serinin döneminin belli olduğu kabul edilir. Örneğin seri aylık ise serinin dönemi 12 ay olarak belirlenir. Bundan başka serinin trendinin ortaya çıkarılamadığı ve serinin değişmediği de gözönünde bulundurulur.

İşlem yolunda ise ay, yıl ve düzensiz hareketlerden oluşmuş varyanslar ve bu üçünün toplamından da toplam varyans elde edilir. Ay faktöründen oluşan varyans düzensiz hareketten oluşan varyansa oranlanarak ay faktörünün etkisi ; yıl faktöründen oluşan varyans düzensiz hareketten oluşan varyansa oranlanarak da yıl faktörünün etkisi görülür.

(*) Yrd. Doç. Dr., D.E.İ.İ.B.F., Çalışma Ekonomisi ve Endüstri İlişkileri Bölümü

1. GİRİŞ

İktisadi bir zaman serisi başlıca dört elemandan oluşmaktadır. Bu elemanlar trend (genel eğilim), konjonktür (devresel) dalgalanmaları, mevsimlik ve düzensiz hareketlerdir. Bu elemanların her biri ayrı ayrı ele alınarak incelenilmektedir. Bu çalışmamızda mevsimlik hareketlerin incelenmesinden önce bu serilerde gerçekten mevsimin etkisinin olup olmadığını ortaya koyan testlerden birini incelemeye çalışacağız.

Bazı iklim ve sosyal etkenler dışında eğer istatistiki bir zaman serisinin kesin olarak mevsimlik olduğundan emin olmak için bazı testler yapmak gerekebilir. Bu gibi testler mevsimlik dalgalanmalardan arındırılmış olan aylık serilere uygulanabilir. Aşağıda varyans analizi yoluyla incelenecek bir seride ay ve yıl faktörü etkisinin olup olmadığını ortaya çıkaran bir test incelenecektir.

2. VARSAYIMLAR

Burada varyans analizinden esinlenmiş bir test sunulmaya çalışılacaktır (Laloiere, 1972 ; 113-115) (1). İncelenecek zaman serisinin dönemi biliniyor kabul edilecektir. Gerçi ekonomik seriler yıllık çerçeve ile belirlenmiş olanlardan farklı olan bir dönemi pek az gösterirler. Gözlemlerin aylık veya üçer aylık oluşuna göre dönemler $m=12$ veya $m=4$ olacaktır.

Bundan başka incelenecek zaman serisinin trendi olmadığı veya trendin ortaya çıkarılmadığı düşünülecektir. Bu açıklama mevsimlik olmayan bir serinin incelenebileceği de söz konusu olabileceği için önemli olabilir. Trendin aynı bir yılın çeşitli aylarının etkilerini göstererek, bu etkiler arasında bir kaybolmuşluk varsa, test sanki bu kayboluşu mevsimlikmiş gibi ortaya çıkaracaktır. Uygulamada seri trendinin doğrusal olması durumunda veya uyarlanmış bir trend sapmaları üzerinde veyahut parabolik bir trendin az olduğu durumlarda ikinci farklar üzerinde işlemler yaparken, serinin değişmediği de gözönünde bulundurulacaktır.

İki faktörlü bir varyans analizi olduğu düşünülürse, Buys Ballot (Guitton, 1971 ; 296-297) (2) tablosunda düzenlenmiş bütün Y_t gözlemleri kendisi ve karşılık gelen ay ve yıl etkilerinden ayrılmış olacaktır.

$$Y_t = Y_{ji}$$

j yıl numarasıdır ve $j = 1,2,3,\dots,n$

i ay numarasıdır ve $i = 1,2,3,\dots,12$

Karmaşıklıktan kaçınmak için tam seneler üzerinde işlemler yapılır ve bu du-

Herhangi bir j yılının i ayına ilişkin değer şöyle gösterilebilir :

$$Y_{ji} = S_{ji} + R_{ji} \quad (2)$$

$$S_{ji} = a_i + b_j \quad (3)$$

(2) ve (3) nolu eşitlikte ;

a_i : ay etkisini,

b_j : yıl etkisini,

R_{ij} : düzensiz değişkenleri göstermektedir.

R_{ji} ler birbirlerinden bağımsızdırlar ve ortalamaları sıfır olan normal bir dağılım kuralını izlerler.

$$R_{ji} = N(0,5)$$

Burada anlamlı olan iki sonuç test edilir.

- Eğer, ay sonuçlarının bir anlamı varsa seri mevsimlidir.

- Eğer, yıl sonuçlarının bir anlamı varsa ve gerçek değerler serisi üzerinde işlem yapılıyorsa, seri yıllık eksen yatağını gösterir. $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$ farkları üzerinde işlem yapılıyorsa, seri trend değişmelerini gösterir.

Öte yandan ;

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{ji} \text{ dir.} \quad (4)$$

Bu $\bar{\bar{Y}}$ değeri mn gözlemleri üzerindeki genel ortalamayı gösterir.

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{ji} \quad (5)$$

formülündeki \bar{Y}_i ise, çeşitli yılların aynı adlı aylarının ortalamasıdır.

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n Y_{ji} \quad (6)$$

formülündeki \bar{Y}_j de, herhangi bir yılın aylık değerleri toplamının ortalamasının yıllık ortalamasıdır.

2. İŞLEM YOLU

Y_{ji} değerleri, j ve i faktörleriyle etkilemiş olur ve bu değerlerin toplam varyansı (W_T toplam varyansı göstererek) şöyle bulunabilir :

$$W_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y})^2 \quad (7)$$

$$W_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y}_i + \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y}_j - \bar{Y} + \bar{Y} - \bar{Y})^2 \quad (8)$$

$$W_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[(\bar{Y}_i - \bar{Y}) + (\bar{Y}_j - \bar{Y}) + (Y_{ji} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y}) \right]^2 \quad (9)$$

$$W_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{Y}_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y})^2 \quad (10)$$

$$W_T = n \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 + m \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y})^2 \quad (11)$$

Bu (11) nolu eşitlikte :

Ay faktörlerinden oluşmuş varyansı,

$$W_A = \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$

Yıl faktörlerinden oluşmuş varyansı,

$$W_Y = \sum_{j=1}^m (\bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}})^2$$

Düzensiz faktörlerden oluşan varyansı,

$$W_R = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y} - \bar{Y}_j + \bar{\bar{Y}})^2 \quad \text{göstererek}$$

(11) nolu eşitlik şöyle kısıtlanabilir :

$$W_T = nW_A + mW_Y + W_R$$

Kareleri toplamı W_A , W_Y ve W_R olan varyans tahminleri sırasıyla V_A , V_Y ve V_R olsun. Bu durumda aşağıdaki oranlar test edilir :

$$\frac{W_A}{V_R} \quad \text{ve} \quad \frac{V_Y}{V_R}$$

Bu V_A / V_R ve V_Y / V_R oranları sonuçlarının sıfır olması halinde, bu bir Fisher-Snedecor dağılımını izler.

Sabit bir α anlam derecesiyle ay sonuçları veya anlamlı yıl sonuçları aşağıda görüleceği gibi karşılaştırılacaktır :

- Ay faktörünün etkisinin testi :

$$\frac{V_A}{V_R} \text{ oranı } F_{\alpha}(v_1, v_2) \text{ ile karşılaştırılır.}$$

Burada $v_1 = (m-1)$ ve $v_2 = (m-1)(n-1)$ dir.

Elde edilen V_A / V_R oranı, $F_{\alpha}(v_1, v_2)$ değerinden küçükse ; seride mevsimli faktörünün etkisi yok, aksi halde vardır denecektir.

- Yıl faktörünün etkisi testi :

$$\frac{V_Y}{V_R} \text{ oranı } F_{\alpha}(v_1, v_2) \text{ ile karşılaştırılır}$$

Burada $v_3 = (n-1)$ ve $v_2 = (m-1)(n-1)$ dir.

Elde edilen V_Y / V_R oranı, $F_{\infty}(v_3, v_2)$ değerinden küçükse ; seride mevsimli faktörünün etkisi yok, aksi halde vardır denecektir.

Tablo 1 : Varyans Analizi Tablosu

Kareler toplamı	Serbestlik derecesi	Varyans tahminlerinin açıklanması	Varyans tahminlerinin ifadeleri
$W_A = n \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2$	$m-1$	Ay faktöründen olmuş varyans	$V_A = \frac{W_A}{m-1}$
$W_Y = m \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}})^2$	$n-1$	Yıl faktöründen olmuş varyans	$V_Y = \frac{W_Y}{n-1}$
$W_R = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{\bar{Y}})^2$	$(m-1)(n-1)$	Artık varyans	$V_R = \frac{W_R}{(m-1)(n-1)}$
$W_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{\bar{Y}})^2$	$mn-1$	Toplam varyans	

Tablo 2 : Varyans analiziyle test için işlem tablosu

Açıklama	Aylar		1	.	i	.	12	$\bar{Y}_j = \frac{\sum Y_{ji}}{12}$	$(\bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}})^2$
	Yıllar								
Gözlenmiş değerler	1	$Y_{1.1}$.	$Y_{1.2}$.	$Y_{1.12}$.	
	
	j	$Y_{j.1}$.	$Y_{j.2}$.	$Y_{j.12}$.	
	
	n	$Y_{n.1}$.	$Y_{n.2}$.	$Y_{n.12}$.	
$\bar{Y}_i = \frac{\sum Y_{ji}}{n}$		\bar{Y}_1	.	\bar{Y}_i	.	\bar{Y}_n	$\bar{\bar{Y}} = \frac{\sum \bar{Y}_i}{12}$	$\sum (\bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}})^2$	
$(Y_i - \bar{Y})^2$			$\sum (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2$	
$A = (Y_{ji} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{\bar{Y}})^2$	1			
			
	j			
			
	n			
$\sum A$		$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A$		
$(Y_{ji} - \bar{Y})^2$	1			
			
	j			
			
	n			
$\sum (Y_{ji} - \bar{Y})^2$		$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ji} - \bar{\bar{Y}})^2$		

4. SONUÇ

Yukarıdaki açıklamalarda da görüldüğü üzere ele alınan bir mevsimlik harekette gerçekten mevsimin etkisinin olup olmadığı incelenen testle anlaşılabilir.

Tablo 1 yardımıyla önce ay, yıl ve artık varyanslar araştırılır. Ay ve yıl faktöründen oluşan varyanslar artık varyansa oranlanarak ay ve yıl faktörünün etkisi test edilir. Elde edilecek seride mevsimin etkisinin olup olmadığı ortaya çıkarılacaktır.

Çalışmanın sonunda düzenlenmiş tablo 2 yardımıyla uzun işlemlere büyük ölçüde kolaylık sağlanmış olacaktır.

TEST SUR LA COMPOSANTE SAISONNIERE DANS LA SERIE CHRONOLOGIQUE PAR ANALYSE DE VARIANCE

Une série chronologique comprend deux éléments principaux : l'un est la tendance générale ou le trend, l'autre est la composante saisonnière. Ici, on étudie un test par analyse de variance.

D'abord, on énoncera les hypotheses. En résumé, on suppose que la série a une période déterminée, par exemple si la série est mensuelle, sa période sera de 12 mois. D'autre part, on suppose que la série chronologique n'a pas de tendance générale et que la série ne change pas.

En faisant les opérations, on recherche les variances influencées par les facteurs des mois, des années, et des facteurs résiduels. On trouve aussi une variance totale par l'addition de celles des trois variances indiquées ci-dessus. A la fin, on teste l'influence du facteur du mois par les rapports entre la variance mensuelle et la variance résiduelle, et l'influence du facteur de l'année par les rapports entre la variance annuelle et la variance résiduelle.

K A Y N A K Ç A

LALOIRE, Jean-Claude., Methodes du Traitement des Chroniques, Dunod, Paris-1972

KAUFMAN, Henri et GROBOILLOT, Jean-Louis., Les techniques de la prévision à court terme, Dunod, Paris - 1975

GUITTON, Henri., Statistique, Dalloz, Paris - 1971