D.E.Ü. İ.İ.B.F. Dergisi
Cilt: 11, Sayı: I, 1996, ss.191-206

MEVSİMSEL HATA TERİMİNİN VARLIĞINDA TALEP DENKLEMİNDE SİMULTANE SAPMANIN SINANMASI (*)

Sedef AKGÜNGÖR(**)

ÖZET

Bir ekonometrik denklemde simultane sapmanın sınanması için geliştirilen Hausman test istatistiği, en küçük kareler yöntemi ile ve enstrumental değişkenler yöntemi ile tahminlenen katsayı ve kovaryans matrisleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu çalışma, hata teriminde mevsimselliğin olması durumunda enstrumental değişkenler yöntemi ile denklem katsayılarının ve minimum kovaryans matrisinin tahminlenmesi için geliştirilen bir yöntemi tanıtmaktadır. Minimum kovaryans matrisi türetildikten sonra, talep denkleminde simultane sapmanın sınanması bir örnek ile gösterilmiştir.

1. GİRİŞ

Klasik regresyon modeli, regresyon denkleminde yer alan dışsal değişkenlerin tesadüfi olmadığını varsaymaktadır. Bu varsayıma göre, regresyon denkleminin hata terimi ile dışsal değişkenler arasında korelasyon yoktur. Bu durumda, regresyon denklemiyle tahmin edilen katsayılar sapmasız ve tutarlıdır.

Ekonomik ilişkinin simultane denklem sistemiyle açıklanması durumunda ise, dışsal değişkenlerden en az biri ile hata terimi arasında korelasyon vardır. Bu durumda, tahmin edilen katsayılar sapmalı ve tutarsızdır. Ortaya çıkan bu soruna simultane sapma denir.

Simultane sapmanın varlığında ekonomik model tahmininde kullanılan yöntemlerden biri, enstrumantal değişkenler yöntemidir. Bu yöntemde hata terimiyle ilişkisi olduğu düşünülen dışsal değişken için bir enstruman kullanılır. Enstruman, sözkonusu değişken ile doğrudan ilişkili, fakat hata teriminden bağımsızdır (Greene 1990, s. 622-624). Burada önemli olan nokta, enstruman olabilecek değişkenin belirlenmesidir. Enstruman belirlenmesinde kullanılan yöntemlerden biri, iki aşamalı en küçük kareler yöntemidir.

İki aşamalı en küçük kareler yöntemi, simultane denklem sistemindeki dışsal değişkenlerin tümünün enstruman olabileceği düşüncesine dayanmakta-

(*) Türk İstatistik Derneği, Türk Matematik Derneği, T. C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü Araştırma Sempozyumu' 93. 22-24 Kasım 1993, Ankara. (Sunulmuş bildiri)

(**) Dr., Ege Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Tarım Ekonomisi Bölümü.

Bu çalışma ile ilgili katkı ve önerileri için, Michigan State Üniersitesi İktisat Bölümü Öretim üyelerinden Prof.Dr. Jeffrey Wooldridge'e teşekkür ederim. Çalışmadaki tüm hata ve eksikliklerin sorumluluğu bana aittir.

dır. Burada ortaya çıkan sorun, hangi dışsal değişkenin hangi içsel değişken için entruman olabileceğidir. Bu sorunu çözmek için ortaya atılan yöntemlerden biri, denklemde dışsal olmadığı düşünülen sağ taraf değişkeni (örneğin talep denkleminde fiyat değişkeni) ile ekonometrik modeldeki dışsal değişkenler arasında bir regresyon denkleminin oluşturulmasıdır. Oluşturulan regresyon denklemi kullanılarak fiyat serisi tahmin edilir. Tahmini fiyat serisi, talep denklemindeki fiyat değişkeni için enstruman olarak kullanılır (Kennedy 1985, s. 134).

Pekçok ekonometrik yazılım, enstrumantal değişkenler yöntemi ile hem lineer hem de lineer olmayan denklemlerin tahmin edilmesine olanak tanımaktadır. Ancak tahmin edilen denklemde mevsimsel hata terimi varsa mevcut ekonomik yazılımlar enstrumantal değişkenler yönteminin doğrudan uygulanmasına olanak vermemektedir. Denklemde mevsimsel hata teriminin varlığında enstrumantal değişkenler yöntemi kullanmak için iki aşamalı tahmin yapılabilir.

İki aşamalı tahmin yönteminde, denklemde dışsal olmadığı düşünülen sağ taraf değişkeni ile ekonomik sistemdeki tüm dışsal değişkenler arasında bir regresyon denklemi oluşturulur. Bu denklem kullanılarak, tahmini değerler belirlenir. İkinci aşamada, dışsal olmadığı düşünülen sağ taraf değişkeninin yerine tahmini değerlerden oluşan seri kullanılarak denklem tahmin edilir. Ancak, ikinci aşamada tahmin edilen denklemin kovaryans matrisinin ayrıca hesaplanması gerekmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde, mevsimsel hata teriminin varlığında iki aşamalı olarak tahmin edilen regresyon denklemine ait kovaryans matrisi türetilmiştir. Türetilen kovaryans matrisi, üçüncü bölümde talep modelinin kovaryans matrisinin hesaplanması için kullanılmıştır. Talep modeli daha sonra simultane sapma için kullanılmıştır.

2. MEVSİMSEL HATA TERİMİNİN VARLIĞINDA İKİ AŞAMALI OLARAK TAHMİN EDİLEN TALEP DENKLEMİNİN KOVARYANS MATRİSİ

Konunun açıklamasında kolaylık sağlamak amacıyla elma talep modeli örnek olarak alınmıştır. Bağımlı değişken, kişi başına aylık elma tüketimidir. Bağımsız değişkenler ise, perakende elma fiyatı ile diğer değişkenlerdir. Talep modelinde, elma fiyatı ile modelin hata terimi arasında korelasyon olup olmadığı (simultane sapma) sınanmak istenmektedir.

Elma talebi, (1) numaralı denklem ile gösterilmiştir.

$$q_t^r = f_t(\beta,\alpha) + e_t \tag{1}$$

(1) numaralı denklemde q_t^r , t zamanındaki kişi başına elma tüketimini

$f_t(\beta,\alpha)$, t zamanında elma talep denklemini, α ve β , regresyon denkleminin katsayılarından oluşan vektörleri ve e_t , t zamanındaki hata terimini ifade etmektedir. Burada, $e_t \sim N(0,1)$ olduğu varsayılmaktadır. (1) numaralı denklemdeki α vektörü, elma fiyatını ölçen değişkenin gözlenen değerleri ile denklem sistemindeki tüm dışsal değişkenler arasında oluşturulan regresyon denkleminin parametrelerini içermektedir.

Elma fiyatını ölçen değişken ile sistemdeki dışsal değişkenler arasında oluşturulan regresyon denklemi (2) numaralı denklemde görülmektedir.

$$p_{qt}^{r} = g_t(\alpha) + v_t \qquad (2)$$

(2) numaralı denklemde p_{qt}^{r} , elmanın t zamanındaki perakende satış fiyatını, $q_t(\alpha)$, fiyat regresyon denklemini, α, fiyat regresyon denkleminin parametrelerini ve v, denklemin hata terimini göstermektedir. Burada $v_t \sim N(0,1)$ olduğu varsayılmaktadır.

(2) numaralı denklem kullanılarak tahmin edilen seri, (1) numaralı denklemde fiyat değişkeninin gözlenen değerlerinin yerine kullanılmıştır.

Denklemlerin bağımlı değişkenlerinde mevsimlik olması durumunda denklemlerin hata terimleri mevsimsel ARIMA ile modellendirilir. Mevsimsel ARIMA modellerin tahmininde ise doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi kullanılır. Bu çalışmada talep denkleminde bağımlı değişkenin mevsimsel olduğu, bu nedenle bu denklemin hata teriminin mevsimsel ARIMA olarak modellendiği varsayılmıştır.

Doğrusal olmayan en küçük kareler yönteminde talep denklemindeki β katsayısının tahmin edilen değerini (β) elde etmek için kullanılan kriter fonksiyonu, (3) numaralı denklemde görülmektedir.

$$S(\beta) = \sum_{t=1}^{T} \left[\left(q_t^{r} - f_t(\beta,\alpha)\right)\right]^2 \qquad (3)$$

En küçükleme problemin çözümü için oluşturulan birinci türev (4) numaralı denklemde görülmektedir.

$$-2 \sum_{t-1}^{T} \left(\frac{\partial f_t}{\partial \beta} \cdot e_t\right) \Big|_{\hat{\beta}} = 0 \qquad (4)$$

(4) numaralı denklem, doğrusal olmayan optimizasyon problemi tanımlamaktadır.

(4) numaralı denklemin her iki tarafını -2 ye bölersek (5) numaralı denklemi elde ederiz.

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{\partial f_t}{\partial \beta} \cdot e_t \Big|_{\hat{\beta}} = 0 \qquad (5)$$

(5) denklemi (6) da görüldüğü gibi matris şeklinde de yazılabilir.

$$\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot e \right) \Big|_{\hat{\beta}} = 0 \qquad (6)$$

(6) da $\dfrac{\partial f}{\partial \beta}$, (TxK) boyutunda bir matris ve e, (Tx1) boyutunda bir vektördür. Burada T, gözlem sayısını , K ise talep denkleminde ((1) numaralı denklem) tahmin edilen parametre sayısını ifade etmektedir.

En küçük kareler tahmin edicisinin asimptotik normalliğini ortaya koyan merkezi limit teoremini kullanarak (7) numaralı denklem yazılabilir (Greene 1990, s. 315-316).

$$T^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot e = 0 \qquad (7)$$

Ortalama değer (mean value) teoremini kullanarak (7) numaralı denklemi (8) olarak yazabiliriz (Chiang 1984, s.261).

$$T^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot e = T^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot e \right) \Big|_{\hat{\beta}} \qquad (8)$$

$$+ \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial^2 f'}{\partial \beta^2} \cdot e \right) \Big|_{\ddot{\beta}} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial e}{\partial \beta} \right) \Big|_{\ddot{\beta}} \right] \sqrt{T} \left(\beta - \hat{\beta} \right)$$

(8) numaralı denklemde $\dfrac{\partial e}{\partial \beta} \Big|_{\ddot{\beta}} = - \dfrac{\partial f}{\partial \beta} \Big|_{\ddot{\beta}}$ olmaktadır. Burada $\ddot{\beta}$, β katsayısının ortalama değeridir. Ortalama değer, β katsayısının gerçek değeri ile tahmini değeri $\left(\hat{\beta} \right)$ arasında bir değerdir. (6) ya göre (8) numaralı denklemde $T^{-\frac{1}{2}} \dfrac{\partial f'}{\partial \beta} \cdot e \Big|_{\hat{\beta}} = 0$ olmaktadır. (8) numaralı denklemi (9) olarak da yazabiliriz.

$$T^{-1/2}\frac{\partial f'}{\partial \beta}.e=\left[-\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^{2\prime} f}{\partial \beta^{2}}.e\right)\Big|_{\ddot{\beta}}+\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right]\sqrt{T}\left(\hat{\beta}-\beta\right) \qquad (9)$$

(9) numaralı denklem,

$$A=-\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^{2\prime} f}{\partial \beta^{2}}.e\right)\Big|_{\ddot{\beta}}+\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}$$

ve

$$K=T^{-1/2}\frac{\partial f'}{\partial \beta}.e$$

tanımları kullanılarak (10) olarak yazılabilir.

$$\sqrt{T}\,(\hat{\beta}-\beta)=A^{-1}.K \qquad (10)$$

Bilindiği gibi (1) denklemindeki fiyat değişkeni (2) denklemi kullanılarak tahmin edilmiştir. Ortalama değer teoremine göre, (10) numaralı denklemdeki K ifadesini (11) olarak yazabiliriz.

$$K=T^{-1/2}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.e\right)\Big|_{\hat{\alpha}}+ \qquad (11)$$

$$\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^{2\cdot} f}{\partial \beta\,\partial \alpha}.e\right)\Big|_{\ddot{\alpha}}+\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\frac{\partial e}{\partial \alpha}\right)\Big|_{\ddot{\alpha}}\right]\sqrt{T}\,(\alpha-\hat{\alpha})$$

(11) numaralı denklemde $\frac{\partial e}{\partial \alpha}\Big|_{\ddot{\alpha}}=-\frac{\partial f}{\partial \alpha}\Big|_{\ddot{\alpha}}$ olmaktadır. Burada $\ddot{\alpha}$, α katsayısının ortalama değeridir. Ortalama değer, α katsayısının gerçek değeri ile tahmini değeri (α) arasında bir değerdir.

$$B=-\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^{2\cdot} f}{\partial \beta\,\partial \alpha}.e\right)\Big|_{\ddot{\alpha}}+\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)\Big|_{\ddot{\alpha}}$$

tanımını kullanarak (11) numaralı denklemi (12) olarak yazabiliriz.

$$K=T^{-1/2}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.e\right)\Big|_{\hat{\alpha}}+B\sqrt{T}\left(\hat{\alpha}-\alpha\right) \qquad (12)$$

(12) denklemi (10) denkleminin içine yerleştirildiğinde (13) denklemi elde edilir.

$$\sqrt{T}\left(\hat{\beta}-\beta\right)=A^{-1}\left[T^{-1/2}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.e\right)\Big|_{\hat{\alpha}}+B\sqrt{T}\left(\hat{\alpha}-\alpha\right)\right] \tag{13}$$

Fiyat denklemindeki α değişkeni doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemiyle tahmin etmek için kullanılan kriter fonksiyonu (14) denkleminde görülmektedir.

$$S(\alpha)=\Sigma_{t=1}^{T}\left(p_{qt}^{r}-g_t(\alpha)\right)^2 \tag{14}$$

En küçükleme için birinci türev (15) numaralı denklemde görülmektedir.

$$-2\,\Sigma_{t=1}^{T}\left(\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}.v_t\right)\Big|_{\hat{\alpha}}=0 \tag{15}$$

(15) numaralı denklemin her iki tarafını -2 ye bölersek (16) numaralı denklemi elde edebiliriz.

$$\Sigma_{t=1}^{T}\left(\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}.v_t\right)\Big|_{\hat{\alpha}}=0 \tag{16}$$

(16) numaralı eşitlik (17) de görüldüğü gibi matris şeklinde de yazılabilir.

$$\left(\frac{\partial g'}{\partial \alpha}.v\right)\Big|_{\hat{\alpha}}=0 \tag{17}$$

(17) numaralı denklemde $\frac{\partial g}{\partial \alpha}$, (TxZ) boyutunda bir matris ve v, (Tx1) boyutunda bir vektördür. Burada t, gözlem sayısını, K ise fiyat denkleminde ((2) numaralı denklem) tahmin edilen parametre sayısını ifade etmektedir.

Merkezi limit teoremini kullanarak (17) numaralı denklemi (18) olarak yazabiliriz.

$$T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,v = 0 \qquad (18)$$

Ortalama değer teoremini kullanarak (18) denklemini (19) olarak yazabiliriz.

$$T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,v = T^{-1/2}\left(\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,v\right)\Big|_{\hat{\alpha}} \qquad (19)$$

$$+\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^2 g'}{\partial\alpha^2}\,.\,v\right)\Big|_{\bar{\alpha}} + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,\frac{\partial v}{\partial\alpha}\right)\Big|_{\bar{\alpha}}\right]\sqrt{T}\,(\alpha - \hat{\alpha})$$

(19) denkleminde $\frac{\partial g}{\partial\alpha}\Big|_{\bar{\alpha}} = \frac{\partial v}{\partial\alpha}\Big|_{\bar{\alpha}}$ olmaktadır. Burada $\ddot{\alpha}$, α katsayısının ortalama değeridir. Ortalama değer, α katsayısının gerçek değeri ile tahmin edilen değeri $\hat{\alpha}$ arasında bir değeri temsil etmektedir. (17) ye göre (19) numaralı denklemde $T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,v\,|_{\hat{\alpha}} = 0$ olmaktadır. (19) numaralı denklemi (20) olarak da yazabiliriz.

$$T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,v = \left[-\frac{1}{T}\left(\frac{\partial^2 g'}{\partial\alpha^2}\,.\,v\right)\Big|_{\bar{\alpha}}\right. \qquad (20)$$

$$\left.+\frac{1}{T}\left(\frac{\partial g'}{\partial\alpha}\,.\,\frac{\partial g}{\partial\alpha}\right)\Big|_{\bar{\alpha}}\right]\sqrt{T}\,(\hat{\alpha} - \alpha)$$

(20) numaralı denklem,

$$C = -\frac{1}{T}\frac{\partial g^{2\prime}}{\partial \alpha^{2}}.\, v \Big|_{\bar{\alpha}} + \frac{1}{T}\frac{\partial g'}{\partial \alpha}.\frac{\partial g}{\partial \alpha}\Big|_{\bar{\alpha}}$$

tanımlaması kullanılarak (21) olarak yazılabilir.

$$\sqrt{T}\left(\hat{\alpha} - \alpha\right) = C^{-1}.\left(T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial \alpha}.\, v\right) \qquad (21)$$

(21) numaralı denklemi (13) numaralı denklem içine yerleştirirsek (22) denklemi elde ederiz.

$$\sqrt{T}\left(\hat{\beta} - \beta\right) = A^{-1}.\left(T^{-1/2}\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\, e\right)\Big|_{\hat{\alpha}}$$

$$+B\,C^{-1}.\left(T^{-1/2}\frac{\partial g'}{\partial \alpha}.\, v\right) \qquad (22)$$

(22) nin beklenen değerini elde etmek için A, B ve C eşitliklerinin beklenen değerlerinin belirlenmesi gerekir.

A nın beklenen değeri,

$$E(A) = E\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f'}{\partial \beta}.\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right]$$

B nin beklenen değeri,

$$E(B) = E\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f}{\partial \beta}.\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\frac{\partial f'}{\partial \alpha}\Big|_{\bar{\alpha}}\right]$$

C nin beklenen değeri,

$$E(C) = E\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial g'}{\partial \alpha}.\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right)\Big|_{\bar{\alpha}}\right]$$

Dikkat edilirse, A, B ve C eşitliklerinin her üçünün de ilk terimlerinin beklenen değerleri sıfıra eşittir. Bunun nedeni,

E(e) = 0 ve E(e) = 0 olmasıdır.

$$r_t = \left(\frac{\partial f_t}{\partial \beta} * e_t\right)' \Big|_{\bar{\alpha}} + B \,.\, C^{-1} . \left(\frac{\partial g_t}{\partial \alpha} * v_t\right)'$$

tanımına göre (22) numaralı denklemin beklenen değerini (23) - (26) denklemleriyle yeniden yazabiliriz. Burada * , hücre hücre çarpımı anlamındadır.

$$\sqrt{T}\left(\hat{\beta} - \beta\right) = A^{-1} T^{-1/2} \sum_{t-1}^{T} r_t \tag{23}$$

$$E\left[T\left(\hat{\beta} - \beta\right)^2\right] = E\left[A^{-1} T^{-1} \sum_{t-1}^{T} r_t r_t' A^{-1}\right] \tag{24}$$

$$E\left[T\left(\beta - \beta\right)^2\right] =$$

$$\left(\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} . \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right)^{-1} T^{-1} \sum_{t-1}^{T} E\left(r_t r_t'\right) \left(\frac{1}{T}\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} . \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right)^{-1} \tag{25}$$

$$E\left[T\left(\hat{\beta} - \beta\right)^2\right] =$$

$$\left(\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} . \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right)^{-1} \sum_{t=1}^{T} E\left(r_t r_t'\right) \left(\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} . \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\ddot{\beta}}\right)^{-1} \tag{26}$$

(26) numaralı denklem, mevsimsel hata terimin varlığında iki aşamalı en küçük kareler terimi kullanılarak tahmin edilen regresyon denkleminin asimptotik kovaryans matrisini tanımlamaktadır. Asimptotik kovaryans matrisindeki $\ddot{\beta}$ ile $\ddot{\alpha}$ katsayılarının değerleri bilinmediği için, uygulamada bu değerlerini yerine $\hat{\beta}$ ile $\hat{\alpha}$ kullanılabilir. Bu nedenle (26) denklemini (27) olarak da yazabiliriz.

$$E\left[\left(\hat{\beta}-\beta\right)^2\right] = \left(\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\hat{\beta}}\right)^{-1} \sum_{t=1}^{T} E\left(r_t r_t'\right) \left(\left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial f_t}{\partial \beta}\right)\Big|_{\hat{\beta}}\right)^{-1} \qquad (27)$$

(27) numaralı denklemde,

$$r_t = \left(\frac{\partial f_t'}{\partial \beta} * e_t\right)\Big|_{\hat{\beta}} + B \,.\, C^{-1}\left(\frac{\partial g_t'}{\partial \alpha} * v_t\right)\Big|_{\hat{\beta}}$$

ve

$$E(B) = E\left[\frac{1}{T}\frac{\partial f_t'}{\partial \beta}\Big|_{\hat{\beta}} + \frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\beta}}\right]$$

$$E(C) = E\left[\frac{1}{T}\frac{\partial g_t'}{\partial \beta}\,\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}\right]$$

olarak tanımlanmıştır.

Asimptotik kovaryans matrisinin tahmin edicisinin belirlenmesi için, $\frac{\partial f_t}{\partial \beta}\Big|_{\hat{\beta}}$, $\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ ve $\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ matrislerinin tanımlanması gereklidir. Aynı zamanda, e_t ve v_t vektörlerinin de değerlerinin bilinmesi gereklidir. $e_t\big|_{\hat{\beta}}$, fiyat değişkeni için enstruman kullanarak tahmin edilen talep denkleminin hata terimlerinden oluşan vektördür. $v_t\big|_{\hat{\alpha}}$ vektörü ise, fiyat değişkeninin tahmini değerlerinin belirlenmesi için oluşturulan fiyat denkleminin hata terimlerinden oluşmaktadır.

$\frac{\partial f_t}{\partial \beta}\Big|_{\hat{\beta}}$, $\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ ve $\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ matrislerini tanımlamak için öncelikle talep denklemini ve fiyat değişkeninin tahmini fiyat değerlerini belirlemek için oluşturulan fiyat denkleminin tanımlanması gereklidir.

Fiyat değişkeni için enstruman içeren talep denklemi, (28) numaralı denklem ile gösterilmiştir.

$$f_t(\beta , \alpha) = q_t^r = \beta_0 + \beta_1 \hat{p}_{qt}^r + f_t^r + (1 + \Phi L^1)(1 + \Phi L^{12}) e_t \quad (28)$$

(28) numaralı denklemi (29) ile de gösterebiliriz.

$$f_t = q_t^r = \beta_0 + \beta_1 \hat{p}_t^r + f_t^r + \Phi e_{t-1} + \Phi e_{t-12} + \Phi\Phi e_{t-13} + e_t \quad (29)$$

Fiyat değişkeninin tahmini değerlerini elde etmek için oluşturulan regresyon denklemi (30) numaralı denklem ile ifade edilmiştir.

$$p_t^r = g_t(\alpha) = \alpha_0 + \alpha_1 p_{yt}^r + \alpha_2 h_t^n + \alpha_3 m_t^r + \alpha_4 f_t^r + v_t \quad (30)$$

(30) numaralı denklemin tahmini değerini (29) numaralı denklem içine yerleştirirsek (31) nuamaralı denklemi elde ederiz.

$$f_t = q_t^r = \beta_0 + \beta_1 + \left(\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 p_{yt}^r + \hat{\alpha}_2 h_t^n + \hat{\alpha}_3 m_t^r + \hat{\alpha}_4 f_t^r\right)$$

$$+ f_t^r + \Phi e_{t-1} + \Phi e_{t-12} + \Phi\Phi e_{t-13} + e_t \quad (31)$$

$\frac{\partial f_t}{\partial \beta}\Big|_{\hat{\beta}}$, $\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ ve $\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ matrislerini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$\frac{\partial f_t}{\partial \beta}\Big|\hat{\beta} - \begin{bmatrix} 1 & \hat{p}^r_{qt} & f^r_t & \hat{e}_{t-1}+\phi\hat{e}_{t-13} & \hat{e}_{t-12}+\Phi\hat{e}_{t-13} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \hat{p}^r_{qT} & f^r_T & \hat{e}_{T-1}+\phi\hat{e}_{T-13} & \hat{e}_{T-12}+\Phi\hat{e}_{T-13} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|\hat{\alpha} - \begin{bmatrix} 1 & p^r_{yt} & m^r_t & h^n_t & f^r_t \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & p^r_{yT} & m^r_T & h^n_T & f^r_T \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|\hat{\alpha} - \begin{bmatrix} 0 & \hat{\beta}_1 p^r_{yt} & \hat{\beta}_1 m^r_t & \hat{\beta}_1 h^n_t & \hat{\beta}_1 f^r_t \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \hat{\beta}_1 p^r_{yT} & \hat{\beta}_1 m^r_T & \hat{\beta}_1 h^n_T & \hat{\beta}_1 f^r_T \end{bmatrix}$$

$\frac{\partial f_t}{\partial \beta}\Big|_{\hat{\beta}}$, $\frac{\partial f_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ ve $\frac{\partial g_t}{\partial \alpha}\Big|_{\hat{\alpha}}$ matrislerini ile $\hat{e}_t \ldots \hat{e}_T$, $\hat{v}_t \ldots \hat{v}_T$ vektörlerini kullanarak (27) denklemini tahmin edebiliriz.

3. Elma Talep Modelinde Simultane Sapmanın Sınanması

Elma talebindeki olası simultane sapmanın sınanması için iki ayrı talep denklemi tahmin edilmiştir. Bu denklemlerden biri, fiyat değişkeni için enstruman kullanılan denklemdir. Diğer denklem ise, fiyat değişkeni için enstruman kullanılmadan tahmin edilen denklemdir.

Tahmin edilen talep denklemleri Çizelge 1'de görülmektedir. Fiyat değişkeni için enstruman kullanarak tahmin edilen talep denkleminin kovaryans matrisi ve dolayısıyla katsayıların standart sapmaları 2. Bölümde ortaya konan yöntem kullanılarak tahmin edilmiştir. Fiyat değişkeni için enstruman kullanmadan tahmin edilen talep denklemin kovaryans matrisi ve katsayıların standart sapmaları, RATS ekonometrik yazılım programı (version 3. 1) kullanılarak elde edilmiştir.

Elma talebinde simultane sapma, Hausman tarafından ortaya konan yöntem kullanılarak sınanmıştır[1]. Spesifikasyon hatası olmadığını ortaya koyan sıfır hipotezine göre tahmin edici tutarlı, asimptotik normal ve etkendir. Alternatif hipoteze göre ise tahmin edici sapmalı ve tutarsızdır.

Hausman test istatistiğinin değeri 0.310 olarak bulunmuştur. X^2 dağılımında 5 serbestlik derecesine $\alpha \leq 0.10$ düzeyindeki değer, 9.24 e eşittir. Hausman istatistiği tablo değerinden küçük olduğu içın sıfır hipotezi 1%, 5% ve 10% önem düzeylerinde reddedilmemektedir.

4. Sonuç

Mevsimsel hata teriminin varlığında ekonometrik modelinin enstrumantal değişkenler yöntemiyle tahmin edilmesi için kullanılan yaklaşımlardan biri, iki aşamalı tahmin yöntemidir. Talep modelindeki olası simultane sapma sorunu ise, enstrumantal değişken ile tahmin edilen talep denkleminin kovaryans matrisi ile enstrumantal değişkensiz tahmin edilen talep denkleminin kovaryans matrisinin karşılaştırılmasına dayanan Hausman testi ile sınanır.

---

[1] Hausman test istatistiği : $(\hat{\beta}_{iv}-\hat{\beta}_{niv})\,(cov_{iv}-cov_{niv})^{-1}\,(\hat{\beta}_{iv}-\hat{\beta}_{niv})$

Burada, $\hat{\beta}_{iv}$, enstrumantal değişken kullanılarak tahmin edilen denklemin katsayılarından oluşan matris, $\hat{\beta}_{niv}$, enstrumantal değişken kullanılmadan tahmin edilen denklemin katsayılarından oluşan matrisi, cov_{iv} , enstrumantal değişken kullanılarak tahmin edilen denklemin kovaryans matrisini ve cov_{niv} , enstrumantal değişken kullanılmadan tahmin edilen denklemin kovaryans matrisini göstermektedir. H_0 hipotezinde, Hausman test istatistiğinin dağılımı $\chi^2(k)$ dir. Burada k, denklemde bulunan bilinmeyen parametre sayısını vermektedir.

Bu çalışmada, iki aşamalı olarak tahmin edilen ekonometrik modelin kovaryans matrisi türetilmiştir. Türetilen formül yardımıyla iki aşamalı olarak tahmin edilen ekonometrik talep modelinin kovaryans matrisi hesaplanabilir. Böylece mevsimsel hata terimi içeren ekonometrik model simultane sapma için sınanabilir.

Çizelge 1. Mevsimsel ARMA Hata Terimli Talep Denkleminin Enstrumantal ve Enstrumantal Omayan Fiyat Değişkeni Kullanılarak Yapılan Tahmini [a]

MODEL	FİYAT DEĞİŞKENİ İÇİN ENSTRUMAN İÇEREN TALEP DENKLEMİ (T = 127)	FİYAT DEĞİŞKENİ İÇİN ENSTRUMAN İÇERMEYEN TALEP DENKLEMİ (T = 127)
Sabit	-0.021 (-0.764)	-0.031 (-1.400)
ln P_{0t}	-1.286 (-1.708)**	-0.723 (-2.767)*
S_{1t}	-0.227 (-3.472)*	-0.201 (-1.712)**
S_{2t}	-0.405 (-3.711)*	-0.314 (-2.115)**
S_{3t}	-0.314 (-1.550)	-0.105 (-0.547)
MA	0.565 (5.497)*	0.536 (6.869)*
MA(Mev)	-0.765 (-8.126)*	-0.781 (-11.109)*
Adj. R^2	0.629	0.664
SSR	7.030	6.681
Q-istatistiği (lag = 24)	23.314	27.210

(Parantez içindeki değerler t-istatistikleridir.)

* $\alpha \leq 0.01$ düzeyinde önemli

** $\alpha \leq 0.05$ düzeyinde önemli

* Bağımlı değişken : $\ln g_t$

° Fiyat değişkeni için enstruman, $\ln p_{qt}$ ile $\ln p_{yt}$, $\ln h_t$, $\ln m_t$, S_{1t} , S_{2t} , S_{3t} ile regresyonundan elde edilen denklem ile tahmin edilen değerlerdir.

° $\ln p_{qt}$ ile haber değişkenlerinin tahmin edilen katsayılarının önem dereceleri tek kuyryklu, diğer değişkenlerin önem dereceleri ise çift kuyruklu test ile belirlenmiştir.

° Enstrumental fiyat değişkeni içermeyen talep denklemi için tahmin edilen standart sapmalar RATS ekonometrik paket programı (version 3. 1) de verildiği gibidir.

: Mevsimsel fark alma işlemcisi.

T : Gözlem sayısı.

Adj. R2 : Ayarlanma determinasyon katsayısı.

SSR : Hata kareleri toplamı.

(Değişkenler Çizelge 2 de açıklanmıştır).

Çizelge 2. Ekonometrik Modelde Kullanılan Değişkenler

DEĞİŞKENLER	
qt	t zamanında NYC perakende elma piyasasında kişi başına elma tüketimi
pqt	t zamanında NYC perakende piyasasında taze elma reel fiyatı
S1t, S2t ve S3t	Elma talebini belirleyen diğer değişkenler (Bkz. Akgüngör, 1992).
MA	Hareketli ortalama hata terimi
MA(Mev)	Mevsimsel hareketli ortalama hata terimi

SUMMARY

Simultaneity bias in an econometric model can be tested by using the method developed by Hasuman. The test statistic involves the coefficient and covariance matrices of the ordinary least squares equation and the instrumental variables equation. The paper introduces a method to derive the minimum covariance matrix for the instrumental variables equation in the presence of seasonal error structure. After a thoretical introduction, the procedure is demonstrated by an emprical example.

KAYNAKLAR

Akgüngör, Sedef E. "The Economics of Consumer Response to Health-Risk Information in Food." Doktora Tezi, Michigan State

Chiang, Alpha. Fundamental Methods of Mathemattical Economics. 3rd ed. New York: Mc Graw-Hill Book Company, 1984.

GAUSS System Version 2. 1 for IBM PC-XT-AT-PS/2 & Compatibles. Aptech System Inc. , Kent, Washington.

Greene, William. Econometric Analysis. New York: Macmillan Publishing Co. , 1990.

Hausman, J. A. "Specification Tests in Econometrics." **Econometrica** , 6 (46) (November 1978): 1251-1271.

Kennedy, Peter. A Guide to Econometrics. 2d ed. Cambridge: MIT Press, 1985.

Kmenta, Jan. **Elements of Econometrics** . 2d ed. New York, Macmillan Publishing Co. ,1986.

PC RATS (Regression Analysis Time Series) Version 3. 1, VAR Econometrics Inc. , Evanston, Illinois.